

# **Introduction du risque dans les modèles de décision : une synthèse bibliographique**

---

Damien Jourdain



Département des cultures annuelles  
Documents de travail du Cirad-ca  
N° 1-98 - Janvier 1999

# **Introduction du risque dans les modèles de décision : une synthèse bibliographique**

Damien Jourdain

Cirad-ca, programme écosystèmes cultivés  
BP 5035, 34032 Montpellier Cedex 1, France

*Ce document a été réalisé dans le cadre de l'action thématique programmée n° 11/96 du Cirad : Analyse des interactions entre risques climatiques et risques économiques dans les choix techniques des agriculteurs.*

Centre de coopération internationale  
en recherche agronomique pour le développement



# **INTRODUCTION DU RISQUE DANS LES MODELES DE DECISION : UNE SYNTHESE BIBLIOGRAPHIQUE**

**Damien JOURDAIN**  
Cirad-ca, B.P. 5035, 34032 Montpellier Cedex 1, France

## **Résumé**

Du fait de l'omniprésence du risque en agriculture, les modèles d'exploitations agricoles incluant le risque ont été prédominants dans la littérature agro-économique. Ce document de travail présente une revue actualisée, mais qui n'a pas la prétention d'être exhaustive de tels modèles d'exploitations.

Après une présentation des concepts de bases nécessaire à la bonne compréhension des concepts utilisés, une présentation conceptuelle des modèles est faite accompagnée d'exemples numériques simples. Les modèles sont classés en fonction des hypothèses implicites ou explicites faites sur le comportement des décideurs, et l'information supposée à leur disposition.

## **Mots clés**

Risque, décision, modèles d'exploitation agricole, modèles des ménages, programmation mathématique.

## **Abstract**

Because of the pervasive nature of risk in farming, risk programming models have been especially prominent in the agriculture economics literature. This working document provides an actualised overview of such models, although without any pretention of exhaustivity.

After a brief presentation of concepts necessary for comprehension of the description of these models, a conceptual presentation of these models is made, and illustrated with numerical examples. Models have been classified according the implicit or explicit hypothesis made on the decision-makers behaviors, and about the information they have in hand when taking their decisions.

## **Keywords**

Risk, decision, farm models, household models, mathematical programming.



## Table des matières

Résumé / Abstract .....	3
Introduction .....	9
<b>Première partie: Les notions de base .....</b>	<b>11</b>
<b>Chapitre I: Décision en univers risqué: contexte, questions .....</b>	<b>13</b>
<b>I. <u>Introduction</u> .....</b>	<b>13</b>
<b>II. <u>Risque: définition et mesure</u> .....</b>	<b>13</b>
<b>III. <u>Disponibilité de l'information: risque ou incertitude?</u> .....</b>	<b>14</b>
<b>IV. <u>Les critères de décision</u> .....</b>	<b>15</b>
A. <u>Maximisation ou recherche d'un accomplissement</u>	
B. <u>Utilité</u>	
1. Introduction	
2. Formalisation mathématique d'un modèle de décision	
3. L'utilité espérée	
4. L'utilité anticipée	
<b>V. <u>Conclusion</u> .....</b>	<b>20</b>
<b>Bibliographie du chapitre I .....</b>	<b>21</b>
<b>Chapitre II: L'efficacité stochastique .....</b>	<b>23</b>
<b>I. <u>Introduction</u> .....</b>	<b>23</b>
<b>II. <u>Définitions</u> .....</b>	<b>23</b>
A. <u>Le cas général</u>	
B. <u>Efficacité stochastique de premier ordre</u>	
C. <u>Dominance stochastique de second ordre</u>	
D. <u>Dominance stochastique de troisième ordre et DSD</u>	
E. <u>Dominance stochastique par rapport à une fonction</u>	
<b>III. <u>Dominance stochastique sur les ensembles convexes</u> .....</b>	<b>26</b>
<b>IV. <u>Applications et conclusions</u> .....</b>	<b>26</b>
<b>Bibliographie du chapitre II .....</b>	<b>28</b>

<b>Deuxième Partie: Les modèles de base</b>	<b>29</b>
Introduction de la deuxième partie	31
<b>Chapitre III: Les analyses basées sur la maximisation d'une fonction d'utilité</b>	<b>33</b>
<b>I. <u>Introduction</u></b>	<b>33</b>
<b>II. <u>Les analyses Espérance, Variance ou (E,V)</u></b>	<b>33</b>
A. <u>Présentation</u>	
B. <u>Formalisation</u>	
C. <u>Avantages et inconvénients</u>	
<b>III. <u>Une approximation linéaire: MOTAD</u></b>	<b>37</b>
A. <u>Présentation</u>	
B. <u>Formalisation</u>	
C. <u>Avantages et inconvénients</u>	
<b>IV. <u>Les solutions E,L: un sous-ensemble des solutions E,V</u></b>	<b>38</b>
A. <u>Présentation</u>	
B. <u>Utilisations, Avantages, Inconvénients</u>	
<b>V. <u>Approche Moyenne-Gini, ou M,G</u></b>	<b>39</b>
A. <u>Présentation</u>	
B. <u>Formalisation</u>	
C. <u>Une formalisation linéaire</u>	
D. <u>Conclusions sur la méthode MG</u>	
<b>VI. <u>Utility-Efficient Programming</u></b>	<b>42</b>
A. <u>Présentation</u>	
B. <u>Formulation</u>	
C. <u>Conclusion sur la méthode UE programming</u>	
<b>VII. <u>Risque et utilité anticipée</u></b>	<b>44</b>
A. <u>Présentation</u>	
B. <u>Formalisation</u>	
C. <u>Conclusion sur l'utilité anticipée</u>	
<b>VIII. <u>Conclusion sur les analyses basée sur le concept d'utilité</u></b>	<b>45</b>
<b>Bibliographie du chapitre III</b>	<b>47</b>
<b>Chapitre IV: Les modèles avec contrainte de sécurité ou 'Safety-First'</b>	<b>49</b>
<b>I. <u>Introduction</u></b>	<b>49</b>
<b>II. <u>Le principe de sécurité de Roy</u></b>	<b>49</b>
<b>III. <u>Le 'safety fixed rule'</u></b>	<b>50</b>

<b>IV.</b>	<b><u>Le ‘safety first’ de Low</u></b> .....	<b>50</b>
<b>V.</b>	<b><u>Target MOTAD</u></b> .....	<b>51</b>
	A. <u>Présentation</u>	
	B. <u>Formulation</u>	
	C. <u>Conclusions sur le Target MOTAD</u>	
<b>VI.</b>	<b><u>Généralisation: utilisation des moments partiels</u></b> .....	<b>52</b>
<b>VII.</b>	<b><u>Conclusions sur les modèles avec contrainte de sécurité</u></b> .....	<b>53</b>
	<b>Bibliographie du chapitre IV</b> .....	<b>54</b>
 <b>Chapitre V: Les méthodes inspirées de la théorie des jeux</b> .....		<b>55</b>
<b>I.</b>	<b><u>Le critère de Hurwicz-alpha</u></b> .....	<b>55</b>
<b>II.</b>	<b><u>Le Maxi-Max</u></b> .....	<b>55</b>
<b>III.</b>	<b><u>Le Maxi-Min</u></b> .....	<b>56</b>
	A. <u>Présentation</u>	
	B. <u>Formalisation</u>	
	C. <u>Avantages / inconvénients</u>	
<b>IV.</b>	<b><u>Généralisation du concept: ‘Ordered Weighted Averaging Operators’</u></b> .....	<b>57</b>
<b>V.</b>	<b><u>Le mini-max regret (de Savage)</u></b> .....	<b>58</b>
	A. <u>Présentation</u>	
	B. <u>Formalisation</u>	
<b>VI.</b>	<b><u>Conclusions sur les méthodes inspirées de la théorie des jeux</u></b> .....	<b>59</b>
	<b>Bibliographie du chapitre V</b> .....	<b>61</b>
 <b>Troisième partie: Les extensions</b> .....		<b>63</b>
	<b>Introduction a la troisième partie</b> .....	<b>65</b>
 <b>Chapitre VI: Paradigme multi-critères</b> .....		<b>67</b>
<b>I.</b>	<b><u>Le paradigme multi-critères</u></b> .....	<b>67</b>
<b>II.</b>	<b><u>MOTAD et programmation par compromis</u></b> .....	<b>67</b>
	A. <u>Présentation</u>	
	B. <u>Formalisation</u>	
<b>III.</b>	<b><u>Target MOTAD et NISE</u></b> .....	<b>68</b>
	A. <u>Présentation</u>	
	B. <u>Formalisation</u>	

1.	Les objectifs	
2.	La méthode NISE	
<b>IV.</b>	<b><u>Conclusions</u></b> .....	<b>70</b>
	<b>Bibliographie du chapitre VI</b> .....	<b>71</b>
<b>Chapitre VII:</b>	<b>Les modèles économiques de décision en univers risqué où le risque existe sur les contraintes de production</b> .....	<b>73</b>
<b>I.</b>	<b><u>Introduction</u></b> .....	<b>73</b>
<b>II.</b>	<b><u>La programmation stochastique discrète</u></b> .....	<b>73</b>
A.	<u>Présentation</u>	
B.	<u>Formalisation</u>	
C.	<u>Avantages/inconvénients de la méthode</u>	
<b>III.</b>	<b><u>Chance-constrained programming</u></b> .....	<b>76</b>
A.	<u>Présentation</u>	
B.	<u>Formalisation</u>	
<b>IV.</b>	<b><u>Conclusions</u></b> .....	<b>78</b>
	<b>Bibliographie du chapitre VII</b> .....	<b>79</b>
<b>Chapitre VIII :</b>	<b>Modélisation des ménages : présentation générale, et utilisation en univers risqué</b> .....	<b>81</b>
<b>I.</b>	<b><u>Introduction</u></b> .....	<b>81</b>
<b>II.</b>	<b><u>Le modèles des ménages séparables</u></b> .....	<b>81</b>
A.	<u>Présentation générale</u>	
B.	<u>Hypothèses supplémentaires conduisant à la séparabilité</u>	
<b>III.</b>	<b><u>Les modèles intégrés ou non séparables: introduction du risque</u></b> .....	<b>83</b>
A.	<u>Le risque et son effet sur les décision des ménages</u>	
B.	<u>Un cadre d'analyse pour les réactions des ménages en univers risqué: du rêve à la dure réalité</u>	
C.	<u>Les difficultés inhérentes à la modélisation des ménages en univers risqué</u>	
	<b>Bibliographie du chapitre VIII</b> .....	<b>86</b>
	<b>Conclusions</b> .....	<b>87</b>
	<b>Annexes</b> .....	<b>89</b>

## Introduction

Les agriculteurs ne peuvent contrôler ni les conditions météorologiques, ni les marchés sur lesquels ils opèrent, ni l'environnement institutionnel auxquels ils participent. Ils sont donc confrontés à de nombreuses incertitudes aux conséquences directes sur leurs productions et les revenus qu'elles engendrent. Le risque doit donc impérativement être pris en compte si l'on tente de comprendre le mode de fonctionnement des exploitations agricoles, et leurs réactions aux changements extérieurs. Nous présentons ici une synthèse des différents types de modélisation du fonctionnement des exploitations agricoles, intégrant les considérations de risque.

L'exercice est restreint aux modèles micro-économiques de production (modèle de la 'firme') et aux modèles des ménages. Cependant, les approches économétriques ont été écartées. Par ailleurs, on a considéré, les modèles de décision avec un décideur unique, excluant par la même la modélisation multi-agents.

La présentation faite ici tient compte des grands traits de caractère des modèles : le premier tient au **type de risque** envisagé: on distingue les modèles qui incluent le risque dans la fonction objectif (incertitude sur les prix et les rendements uniquement), et les modèles qui permettent d'inclure le risque dans les contraintes (niveau fluctuant de ressources disponibles).

Le deuxième trait des modèles, tient au **type de comportement** qui est modélisé. On distingue tout d'abord les modèles où seules les considérations de production sont envisagées, des modèles des ménages où les activités de consommations et de production sont liées. On oppose donc l'exploitation commerciale pure, à l'exploitation familiale semi-commerciale, où les considérations de consommation et de loisirs sont prises en compte.

Cette distinction faite, on peut trouver un autre type de césure au niveau du comportement donné au décideur. On trouve de ce point de vue, quatre grandes approches. La première donne au décideur un comportement d'optimisation d'une fonction d'utilité sous contrainte. La seconde, la dominance stochastique, ne fait pas d'autres suppositions sur le comportement du producteur. La troisième, regroupe les modèles qui rejette l'hypothèse de maximisation, pour lui préférer un comportement visant à protéger l'entreprise familiale de la possibilité très réelle de disparition. On trouvera enfin les modèles visant à réconcilier les différents comportements des agents: le plus intéressant paraît être la programmation multi-critère, où on analysera les compromis nécessaires entre différents objectifs prêtés aux décideurs. Ainsi, on peut intégrer un objectif de sécurité, un objectif d'optimisation, et un objectif de stabilisation autour d'un objectif.

Les modèles partent donc d'hypothèses sensiblement différentes sur la complexité du système, sur le type de risque auxquels il est confronté, et sur le comportement présumé des agriculteurs. Des hypothèses prises sur ces trois points clés, découlera le choix d'un type de modélisation. Le modèle sera alors utilisé comme outil d'aide à la décision (normatif), ou comme outil de compréhension du mode de fonctionnement d'un système complexe.



**Première partie:**  
**Les notions de base**



# Chapitre I: Décision en univers risqué: contexte, questions

## I. Introduction

Les décideurs, et les agriculteurs ne font pas exception à la règle, se trouvent inévitablement confrontés au choix entre plusieurs alternatives aux conséquences incertaines. Nous essaierons donc tout d'abord de voir les caractérisations possible de cette incertitude, et par la même d'envisager les différentes définitions du risque. Nous verrons ensuite les implications pour la description des décisions des agents.

Afin de décrire celles-ci de manière positive, on doit aborder trois questions:

- de quelle information dispose le décideur et quelle information utilise-t-il pour prendre sa décision ?
- quels sont ses objectifs?
- comment opère-t-il un arbitrage entre ses différents objectifs, si ils sont en conflit?

Les réponses à ces questions sont (trop) souvent postulées rapidement, comme hypothèses de travail en début d'article, comme si ils étaient unanimement reconnus. Cependant, il nous a semblé important de les étudier en détail, ce qui fera l'objet des sections suivantes.

## II. Risque: définition et mesure

Pour reprendre les termes de Stiglitz: "le risque est comme l'amour, on a une bonne idée de ce que c'est, mais on ne peut le définir précisément" (cité dans (Roumasset *et al.*, 1979), p. 4). En effet, l'incertitude peut se caractériser par une perception, plus ou moins précise, des différentes conséquences possible d'une décision/action. Le risque est défini (cf. *infra*) par une approche en terme de probabilité d'apparition de ces différentes conséquences.

Cependant, si on perçoit plutôt bien de manière intuitive ce que peut être le risque, on ne trouve pas une définition consensuelle de sa mesure. Les uns mesurent la variabilité des résultats: variance dans la plupart des cas, valeur absolue des écarts par rapport à la moyenne, coefficient de Gini, voire entropie dans les autres cas. Les autres préfèrent mesurer le risque par la probabilité d'apparition de résultats en dessous d'un "niveau catastrophique", qui pourra être alternativement zéro, ou un niveau pour lequel l'exploitation disparaîtrait. Rothschild et Stiglitz pour leurs parts définissent le risque à partir de la définition d'aversion au risque en prenant pour hypothèse que le risque est ce que l'agent averse au risque serait prêt à payer pour éviter la variabilité des résultats (Rothschild et Stiglitz, 1970). Ils en déduisent que pour deux distributions ayant la même moyenne, celle ayant "le plus de poids aux extrémités" est la plus risquée. Cependant, dans ce cas, si les moyennes sont différentes, on ne peut savoir de manière précise quelle est la plus risquée sans connaître la fonction d'utilité du décideur: risque et fonction d'utilité ne peuvent donc pas être mesurés indépendamment.

L'idée commune ces trois définitions est que, connaissant le résultat moyen d'une décision, le risque correspond à l'information supplémentaire sur la distribution des résultats de cette décision qui permettra, soit d'aider le décideur à prendre une décision (utilisation normative), soit d'expliquer les choix des agriculteurs (utilisation positive). En supposant connues les moyennes de deux distributions, quelle information supplémentaire va donc influencer de manière importante la décision: (a) la variance, et/ou les moments d'ordre supérieurs de ces distributions, et/ou (b) la probabilité que la distribution tombe en dessous d'un niveau catastrophique entraînant la disparition du décideur. Pour être opérationnel, on devra donc définir de manière claire quelle approche est utilisée.

### III. Disponibilité de l'information: risque ou incertitude?

Les résultats économiques des activités varient selon les périodes. En effet, les paramètres d'entrée et de sortie, par exemple en agriculture le prix des intrants, les conditions météorologiques, les politiques agricoles, le coût du crédit, d'une part, et les rendements et les prix d'autre part sont variables. L'ensemble de ces variables constitue un *état de la nature*. De plus, les relations entrées-sorties ne sont pas entièrement déterministes. Compte tenu des activités qu'il perçoit comme disponibles, l'agent sélectionne un *portefeuille* d'activités dont le résultat, mesuré par exemple en termes de gains, variera en fonction des états de la nature. Dans le cas d'un nombre fini d'états de nature, on présente les résultats sous la forme d'une *matrice de gains*. Ces différents états de nature sont rencontrés avec des fréquences différentes. Classiquement, on fait la distinction entre risque et incertitude sur le niveau de connaissance des probabilités d'apparition des différents états de nature (Knight, 1921).

Il y a risque *objectif* si le décideur peut calculer objectivement la probabilité d'apparition de chaque état de nature. Les probabilités objectives s'appuient sur l'observation d'événements répétés, et la confiance en la capacité des systèmes à converger vers une vraie probabilité. Elles sont donc définies comme une propriété objective des systèmes qui sont capables de répétition. Aucune place n'est laissée au décideur, et on se base sur les seules propriétés du système observé. Cependant, dans le cas d'études empiriques, et notamment en économie rurale, on peut questionner la répétition d'un grand nombre d'observations. L'obtention des probabilités objectives d'apparition d'états de nature est donc difficile. C'est pourquoi on fait largement usage des probabilités subjectives.

On parle de risque *subjectif*, si le décideur base sa décision sur des probabilités subjectives. Elles se définissent comme une mesure du degré de confiance qu'un individu a dans la vérité d'une proposition. On se base donc sur les intuitions personnelles du décideur pour obtenir des probabilités d'événements. En partant de la proposition qu'il y a un classement parmi les actions, Savage montre que ce classement appliqué à des événements est une probabilité qualitative. De plus, il montre que cette probabilité qualitative a un équivalent numérique qui a les mêmes propriétés mathématiques que des probabilités objectives (Anderson *et al.*, 1977; Brossier, 1989). Ainsi définies, ces probabilités sont donc propres à chaque individu<sup>1</sup>, et peuvent varier entre les individus, ce qui les oppose aux probabilités objectives posées comme uniques. Elles sont particulièrement intéressantes pour l'étude des événements qui se reproduisent peu, ce qui est le cas de la plupart des questions qui nous préoccupent. Il reste cependant la tâche difficile d'obtenir les valeurs numériques du décideur. Anderson, *et al.* (1977) décrivent plusieurs méthodes, pour le cas d'une variable discrète, d'une variable continue, ou de plusieurs variables aléatoires. On note cependant dans la littérature plus récente, que les méthodes de révélation des probabilités subjectives sont appropriées dans les seuls cas particuliers où la personne est neutre vis à vis du risque, ou si elle n'est pas impliquée financièrement dans les événements que l'on cherche à décrire (Karni et Safra, 1995).

Si le décideur est incapable de calculer, objectivement ou subjectivement, les probabilités, il se trouve alors en situation d'*incertitude*.

Le risque, tel qu'envisagé jusqu'ici, traite indifféremment et de manière identique les résultats 'bons' ou 'mauvais', il est donc qualifié de *risque global homogène* (Rothschild et Stiglitz, 1970). Cette approche formelle est donc différente de celle de la notion commune de risque, qui considère la probabilité d'obtenir un mauvais résultat. On parle alors de *risque partiel*, ou de "*downside risk*". On peut concevoir en effet, que le décideur recherche le profit tout en évitant, autant que possible, la ruine ou des situations de pénurie (Fishburn, 1977).

---

<sup>1</sup>

On les appelle aussi de probabilités personnelles et psychologiques

#### IV. Les critères de décision

Le problème de la rationalité économique du décideur est sous-jacent aux deux questions posées des objectifs du décideur d'une part et des arbitrages nécessaires entre ses différents objectifs.

##### A. Maximisation ou recherche d'un accomplissement

Un des piliers des théories classique et néo-classique est le comportement individuel d'optimisation des agents. Le décideur cherche, parmi les opportunités qu'il perçoit, à optimiser une fonction d'utilité qui lui est propre et qui peut contenir de nombreux arguments (revenu, loisir, consommation). Pour les tenants d'une telle approche: les opportunités doivent donc être définies par tous les coûts/bénéfices: coût de l'information, coût du processus de décision, coûts de transactions, etc. De ce point de vue, Becker<sup>2</sup> (1976) est explicite: "*Quand une opportunité apparemment profitable ... n'est pas exploitée, l'approche économique ne prend pas refuge dans des hypothèses d'irrationalité .... Plutôt, elle postule l'existence de coûts, monétaires ou psychiques, de prendre ces options qui éliminent leur profitabilité - coûts qui ne sont pas facilement 'détectés' par un observateur extérieur*".

De plus, les opportunités perçues, ne se limitent pas seulement à des transactions: les agents peuvent 'chercher', aller à l'université, ou ... ne rien faire. L'ensemble des opportunités n'est donc jamais vide, et en toute circonstances l'agent pourra effectuer un choix (Vriend, 1996).

H. Simon s'attaque à ces principes de bases en définissant un autre type de rationalité pour les agents économiques. Simon définit un homme à la connaissance et à la rationalité limitée. Pour lui, la recherche d'un accomplissement personnel est ce qui guide l'individu. L'homme se contente donc d'arrêter sa recherche lorsqu'il a réussi à atteindre un certain objectif qu'il s'était fixé. Ceci remet en cause le comportement d'optimisation. Starmer réfute également l'existence chez le décideur d'un système de préférence complet et transitif (Starmer, 1996). On ne peut donc réduire le problème de décision à un seul problème d'optimisation et propose de rechercher plus en avant sur l'heuristique sous-jacente au processus de décision.

Cependant, nous nous attarderons donc plus longuement ici sur les différentes formes d'utilité développées dans la littérature, et donc sur le comportement d'optimisation.

##### B. Utilité

###### 1. Introduction

Dans les années 40, Von Neumann et Morgenstern proposent un dépassement de la théorie l'utilité ordinaire avec le calcul de l'utilité espérée. Le paradigme développé par ces deux auteurs est à la base de nombreuses analyses du risque. Cependant, depuis sa conception, une accumulation de résultats expérimentaux viennent contredire les règles d'espérance d'utilité, ce qui a amené une réflexion intensive sur des modèles qui puissent mieux prendre en compte ces paradoxes. Parmi celles-ci, la théorie de l'utilité anticipée explique que les paradoxes expérimentaux résultent du fait que l'utilité espérée tente d'expliquer en un seul indice, la décroissance de l'utilité marginale du revenu et l'aversion au risque.

###### 2. Formalisation mathématique d'un modèle de décision

Considérons le choix d'un décideur entre plusieurs "loteries". Une loterie est une distribution de probabilité sur un nombre fini de résultats  $x_1, x_2, \dots, x_n$ . Leur probabilité d'apparition sont  $p_1, p_2, \dots$

---

2

Becker, G.S. (1976), The economic approach to human behavior. In: G.S. Becker (ed), The economic approach to human behavior, Chicago, Chicago University Press, p 3-14 (Cité dans Vriend (1996)).

$p_n$  ( $\sum p_i = 1$ ). On la notera de façon condensée  $L = (x_1, p_1; x_2, p_2; \dots; x_n, p_n)$ . Cette loterie  $L$  correspond donc à une activité, ou à un portefeuille d'activités. L'ensemble des loteries est noté  $\mathcal{L}$ . Les préférences du décideur sur  $\mathcal{L}$  sont représentés par une relation  $\succeq$  (préféré ou indifférent à). L'objet d'un modèle de décision est de construire une fonction de valeur  $V: \mathcal{L} \rightarrow \mathbb{R}$  telle que  $V(L) \succeq V(L') \leftrightarrow L \succeq L'$

Par exemple, dans le cas de l'utilité espérée, chaque décideur est caractérisé par une fonction d'utilité  $u$ , telle que pour toute distribution de probabilité  $L$ , sa fonction de valeur  $V$  soit:

$$V(L) = \sum_{i=1}^n p_i \cdot u(x_i)$$

Nous détaillerons successivement le cas de l'utilité espérée et de l'utilité anticipée.

### 3. L'utilité espérée

#### a. Présentation

Soient trois loteries  $G_1, G_2$  et  $G_3$ . Trois axiomes de bases sont nécessaires et suffisants pour déduire le principe de Bernoulli.

- *ordre préférentiel transitif*: une personne préfère une des deux loteries  $G_1$  et  $G_2$ , ou est indifférent entre les deux. Le décideur est donc capable d'ordonner les loteries. Cet ordre préférentiel est transitif, c'est à dire que si l'on préfère  $G_1$  à  $G_2$ , et  $G_2$  à  $G_3$ , alors on préfère  $G_1$  à  $G_3$ .
- *ordre continu*: si une personne préfère  $G_1$  à  $G_2$  et  $G_2$  à  $G_3$ , une probabilité subjective  $P(G_1)$  existe, différente de zéro ou un, telle qu'elle soit indifférente entre  $G_2$  et une loterie donnant  $G_1$  avec une probabilité  $P(G_1)$ , et  $G_3$  avec une probabilité  $1-P(G_1)$ .
- *Indépendance*: La préférence entre  $G_1$  et  $G_2$  est indépendante de  $G_3$ . Si une personne préfère  $G_1$  à  $G_2$ , et si  $G_3$  est rajoutée à  $G_1$  et  $G_2$ , la personne préférera toujours  $G_1$  à  $G_2$ .

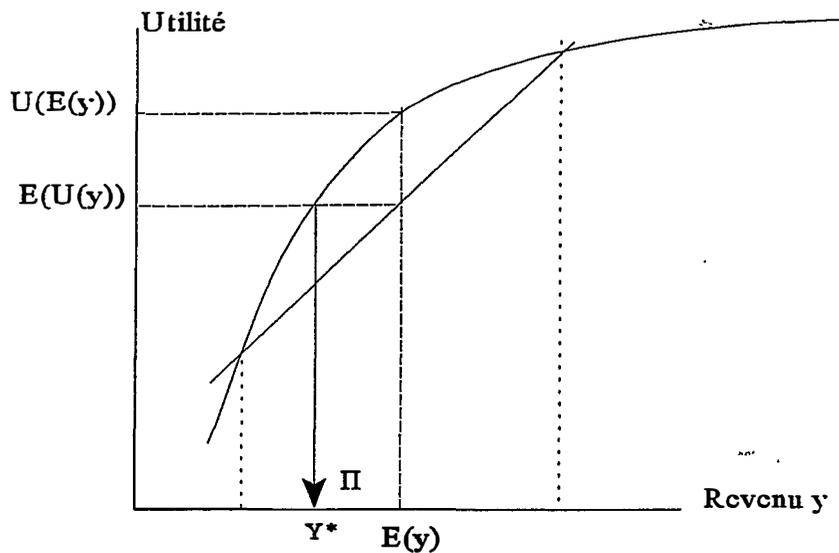
Avec ces trois axiomes de base, on démontre le principe de Bernoulli, ou théorème de l'espérance d'utilité: "Pour chaque décideur ayant des préférences qui ne violent pas les trois axiomes, il existe une fonction d'utilité  $U$ , qui associe un index d'utilité à toute possibilité de choix du décideur". Nous noterons  $U(a_i)$  l'utilité de  $a_i$ . Cette fonction d'utilité  $U$  montre les propriétés suivantes:

1. Si  $a_1$  est préférée à  $a_2$ ,  $U(a_1) > U(a_2)$  et réciproquement.
2. Si  $a_1$  et  $a_2$  sont deux variables aléatoires,  $a_1$  est préférée à  $a_2$  seulement si  $E[U(a_1)] > E[U(a_2)]$ .  $a_1$  est préférée à  $a_2$ , si l'espérance d'utilité de l'une est supérieure à l'autre.
3. L'échelle de définition de l'utilité est arbitraire. Il n'y a pas d'échelle absolue d'utilité, les comparaisons de l'utilité entre personnes ne sont donc pas fondées;

#### b. Aversion pour le risque

On suppose tout d'abord que la fonction d'utilité est monotone croissante: le décideur préfère "plus" que "moins". L'aversion au risque du décideur correspond à une fonction d'utilité concave ( $u'' < 0$ ). En effet, un agent est *adversaire* du risque s'il préfère à toute loterie le gain de son espérance mathématique avec certitude, c'est à dire quand  $U(E(y)) > E(U(y))$ . Ceci peut s'illustrer facilement à l'aide d'un graphe (Figure 1), si l'on prend une loterie qui peut prendre deux valeurs équiprobables.

L'utilité du revenu moyen  $U(E(y))$  est supérieure à l'espérance de l'utilité du revenu  $E(U(y))$ , puisque la courbe d'utilité est concave. La différence entre ces deux valeurs représente le coût du risque sur



**Figure1:** Aversion au risque: une représentation graphique

le bien-être du joueur. Inversement, l'*équivalent certain* correspond à la somme obtenue  $y^*$  avec certitude et qui crée la même utilité que la loterie, i.e.  $U(y^*) = U(E(y))$ . Les adversaires du risque sont prêts à payer une *prime de risque*  $\pi$  pour éviter l'incertitude contenue dans la loterie.  $\pi$  est alors définie comme la différence entre l'équivalent certain et l'espérance de la loterie.

La fonction d'utilité  $U$  n'est pas une représentation unique des préférences. Toute transformation linéaire préserve l'ordre des préférences. Le signe de  $U''$  nous donne une indication sur l'attitude vis à vis du risque, mais ne nous donne aucune idée sur la magnitude, ou le degré d'aversion au risque.

Si l'on considère une expansion de Taylor de l'utilité du revenu autour du revenu moyen:

$$U(y=\bar{y}+h) = U(\bar{y}) + hU'(\bar{y}) + \frac{1}{2}h^2U''(\bar{y})$$

avec  $h$  prenant les valeurs  $\pm\delta$  avec une probabilité égale. On a donc  $E(h) = 0$ , et  $E(h^2) = \delta^2$ . Si on calcule l'espérance du revenu moyen on obtient donc:

$$E(U(y)) = U(\bar{y}) + \frac{1}{2}\delta^2U''(\bar{y})$$

Si l'on considère maintenant l'expansion de Taylor de l'utilité  $U(y)$  autour de  $y^* = E(y) - \pi$ :

$$U(y^* = \bar{y} - \pi) = u(\bar{y}) - \pi \cdot U'(\bar{y})$$

Sachant que  $E(U(y)) = U(y^*)$ , on obtient la prime de risque comme

$$\pi \approx -\frac{1}{2} \cdot \delta^2 \cdot \frac{U''(\bar{y})}{U'(\bar{y})}$$

La prime de risque  $\pi$  est donc fonction de la variance du revenu  $\delta^2$ , et du ratio  $U''/U'$  qui représente la “courbure” de la fonction d’utilité. On retrouve ainsi les mesures standard de l’aversion au risque (Pratt, 1964):

Aversion absolue au risque:

$$r_A = -\frac{U''(\bar{y})}{U'(\bar{y})}$$

Aversion relative au risque:

$$r_R = \bar{y} \cdot \frac{U''(\bar{y})}{U'(\bar{y})}$$

Arrow suggère que les fonctions d’utilité doivent présenter les propriétés suivantes:

- une aversion absolue au risque décroissante avec le revenu (DARA pour decreasing absolute risk aversion).
- une aversion relative pour le risque croissante: si le revenu du décideur et la somme mise en jeu augmente dans les mêmes proportions, l’acceptation à accepter le risque diminuera).

#### c. Etudes pratiques

La décision en univers risqué peut être assimilée à un cheminement :

- identification des différentes options disponibles, et des différents ‘états de nature’ potentiels;
- attribuer une probabilité d’apparition à chacun des états de nature identifiés;
- calculer pour chaque état de nature, les résultats des différentes actions identifiées, et assigner à chaque résultat une mesure de préférence (une valeur de l’utilité);
- calculer l’utilité espérée de chaque activité en pondérant l’indice d’utilité par sa probabilité;
- choisir l’action, ou le “portefeuille d’activités” qui maximise l’utilité espérée.

Cela suppose deux choses:

- la possibilité d’obtenir une information sur les probabilités d’apparition des différents états de nature, qu’elle soit objective (statistiques) ou subjectives (expérience de l’agriculteur retranscrite en terme de probabilités).
- l’estimation empirique de la fonction d’utilité.

#### 4. L’utilité anticipée

Un grand nombre de “paradoxes” expérimentaux ont été mis en évidence qui viennent contredire le concept d’utilité espérée (Allais, 1953 ; Munier, 1989). Munier fait une présentation détaillée des différents paradoxes, nous nous bornerons ici les énumérer: effet de certitude, effet de désir, effet

d'évaluation de proportionnalité, effet de distorsions des probabilités, effet d'isolement, effet de renversements des préférences, et effet de contexte.

Pour faire face à ces difficultés empiriques, de nombreuses solutions ont été proposées: réécriture de la fonction d'utilité pour intégrer le regret, modèles séparables utilité espérée généralisée (Machina, 1982) et les modèles dichotomiques de Yaari-Allais (Chateauneuf et Cohen, 1994; Gayant, 1995; Quiggin, 1982; Wakker, 1994; Yaari, 1987). Nous n'aborderons que cette dernière approche.

Selon ces derniers auteurs, la difficulté que rencontre la théorie de l'utilité espérée est celle qui résulte de la confusion, en un seul outil de deux concepts différents: l'évaluation marginale du revenu, et l'attitude par rapport au risque.

Ils proposent donc de développer un outil d'évaluation marginale du revenu: l'utilité de Bernoulli-Allais, et un outil de représentation de l'attitude par rapport au risque: la fonction de déformation des probabilités.

Gayant fait une présentation synthétique du modèle RDEU ou d'utilité anticipée (Gayant, 1995):

(1) L'agent considère les gains successifs "d'au moins tels résultats". L'agent raisonne donc sur les probabilités cumulées, et non sur les probabilités simples. Autrement dit, il se base sur la fonction décumulative  $G_L(x) = \text{Proba}\{X_L \geq x\}$ .

Les résultats étant rangés, on obtient le tableau suivant:

Gain d'au moins	Probabilité associée
$x_1$	$p_1 + p_2 + \dots + p_n = 1$
$x_2$	$p_2 + \dots + p_n$
$x_n$	$p_n$

Le décideur est sûr d'atteindre  $u(x_1)$ , puis il peut espérer  $u(x_2) \dots u(x_n)$ . A chaque stade, c'est le supplément d'utilité est  $u(x_2) - u(x_1)$ , ...  $u(x_n) - u(x_{n-1})$  qui est pris en compte.

(2) L'agent déforme les probabilités cumulées associées à ces suppléments d'utilité. Cette déformation est mesurée par  $f$ . En associant les deux éléments précédents de la décision on obtient une expression de l'utilité anticipée dans laquelle chaque supplément de résultat, pris en compte au travers du supplément d'utilité, est pondérée par la probabilité cumulée, elle-même déformée par  $f$ :

$$UA = u(x_1) \cdot f(1) + [u(x_2) - u(x_1)] \cdot f(p_2 + \dots + p_n) + \dots + [u(x_n) - u(x_{n-1})] \cdot f(p_n)$$

Ce qui peut encore s'écrire:

$$UA = \sum_{i=1}^n [u(x_i) - u(x_{i-1})] \cdot f\left(\sum_{j=i}^n p_j\right)$$

Remarque: on retrouve le modèle d'utilité espérée, si  $f$  est une fonction unité qui ne déforme pas les probabilités. Le modèle RDEU est donc bien une généralisation du modèle d'utilité espérée.

Les modèles basés sur l'utilité anticipée ont une base théorique plus stable, et devrait permettre de mieux représenter l'attitude vis à vis du risque. Cependant on trouve peu d'applications pratiques de la théorie (Bouzit, 1995). On peut supposer que cela provient des difficultés empiriques de révélation des fonctions d'utilité, et de déformation des probabilités inhérents à ce type de méthode.



## **Bibliographie du chapitre I**

- Allais, M. (1953). Le comportement de l'homme rationnel devant le risque: critique des postulats et axiomes de l'école Américaine. *Econometrica* 21 (4) : 503-546.
- Anderson, J.R., J.L. Dillon et J.B. Hardaker (1977). *Agricultural decision analysis*. Iowa State University Press, Ames, USA, pp. 330.
- Bouzit, A.M. (1995). Apport du modèle d'utilité anticipée à l'analyse de l'attitude des exploitants agricoles face au risque. *Economie Rurale* (227) : 28-33.
- Brossier, J. (1989). Risque et incertitude dans la gestion de l'exploitation agricole. Quelques principes méthodologiques. In "Le risque en agriculture" (M. Eldin et P. Milleville, eds.), pp. 25-46. ORSTOM, Paris.
- Chateaufeuf, A. et M. Cohen (1994). Risk seeking with diminishing marginal utility in a non-expected utility model. *Journal of risk and uncertainty* 9: 77-91.
- Fishburn, P.C. (1977). Mean-risk analysis with risk associated with below-target returns. *American Economic Review* 67 (2) : 116-126.
- Gayant, J.-P. (1995). Généralisation de l'espérance d'utilité en univers risqué, représentation et estimation. *Revue économique* (1995) : 1047-1061.
- Karni, E. et Z. Safra (1995). The impossibility of experimental elicitation of subjective probabilities. *Theory and Decision* 38: 313-320.
- Knight, F.H. (1921). *Risk, uncertainty and profit*. Houghton Mifflin Co., Boston.
- Munier, B. (1989). Calcul économique et révision de la théorie de la décision en avenir risqué. *Revue d'Economie Politique* 99 (2) : 276-306.
- Pratt, J.W. (1964). Risk aversion in the small and in the large. *Econometrica* 32 (1-2) : 122-136.
- Quiggin, J. (1982). A theory of anticipated utility. *Journal of economic behavior and organisation* 3: 323-343.
- Rothschild, M. et J.E. Stiglitz (1970). Increasing risk: I. A definition. *Journal of Economic Theory* 2 (March 1970) : 225-243.
- Roumasset, J.A., J.-M. Boussard et I. Singh, eds. (1979). "Risk, uncertainty and agricultural development," pp. 453. SEARCA and ADC, Laguna, Philippines.
- Starmer, C. (1996). Explaining risky choices without assuming preferences. *Social Choice and Welfare* 13: 201-213.
- Vriend, N.J. (1996). Rational behavior and economic theory. *Journal of Economic Behavior and Organization* 29: 263-285.
- Wakker, P. (1994). Separating marginal utility and probabilistic risk aversion. *Theory and Decision* 36: 1-44.
- Yaari, M. (1987). The dual theory of choice under risk. *Econometrica* 55 (1) : 95-105.



## Chapitre II: L'efficience stochastique

### I. Introduction

Le choix entre plusieurs activités risquées peut être décomposé en deux étapes. Premièrement, l'agent sélectionne l'ensemble des solutions '*efficientes*' ou '*non dominées*'<sup>1</sup> parmi l'ensemble des solutions disponibles, où perçues comme telles, indépendamment de ses préférences. Ensuite, compte tenu de ses préférences, espérance d'utilité par exemple, il choisira une solution.

Cependant, dans les problèmes appliqués, la fonction d'utilité du décideur est souvent inconnue et/ou serait difficile à obtenir. De plus, dans la plupart des problèmes posés, l'élaboration d'une fonction d'utilité individuelle n'est pas recherchée. On cherche souvent à anticiper la réaction d'un groupe définis de décideur à des changements extérieurs. Un critère de classification des activités, qui suivent les préférences unanimes d'un groupe de décideur donné est alors nécessaire. Nous ne trouverons donc plus de classement unique des différentes activités mais un ensemble de solutions qui seront acceptables pour l'ensemble du groupe. Ces critères sont communément appelés des critères d'*efficience stochastique*.

L'efficience stochastique s'applique à des groupes d'individus définis de manière large, plutôt qu'à des individus dont la fonction d'utilité est connue. On cherche donc à éliminer les activités qui ne sont pas efficientes pour les individus dont la fonction d'utilité appartient à une classe déterminée. Le paradigme est celui de l'utilité espérée, et on suppose que l'utilité des agents du groupe augmente dans le même sens que l'attribut, par exemple le revenu, le coût/bénéfice, etc. On considère donc qu'une solution 1 "domine" une solution 2, si la loi de distribution du projet 1 "domine" celle du projet 2. D'autres règles analogues ont été définies par ailleurs, mais ne peuvent servir que pour des distributions ayant les mêmes moyennes (Diamond et Stiglitz, 1974; Rothschild et Stiglitz, 1970). Dans le cas général, plusieurs niveaux de dominance sont envisageables, qui chaque fois réduisent la taille de l'ensemble des solutions retenues.

La question d'efficience stochastique revient de manière récurrente dans la présentation des modèles de décision en univers risqué. Les solutions générées par les différents modèles devront être efficientes stochastiquement selon le critère de second ordre. Il nous a donc paru important d'en présenter les grandes lignes dans cette première partie.

### II. Définitions

#### A. Le cas général

Soit  $U$  l'ensemble des fonctions d'utilité  $u$  acceptables, qui définit ainsi un type identifiable de décideur. Si l'on compare deux variables aléatoires  $X$  et  $Y$ , avec des lois de distribution connues  $F(x)$  et  $G(y)$ , on dit que  $X$  domine  $Y$ , ou que  $F$  domine  $G$ , si pour toutes les fonctions  $u \in U$ , on a l'utilité espérée de  $X$  est au moins supérieure à l'utilité espérée de  $Y$ , soit:

$$E(u(x)) - E(u(y)) \geq 0 \quad (1)$$

avec une inégalité stricte pour au moins une d'entre elles. On cherche alors les conditions nécessaires et suffisantes, pour déterminer l'ensemble des solutions efficientes, pour différentes classes de fonction d'utilité.

---

<sup>1</sup> On utilisera ici indifféremment les termes de dominance et d'efficience stochastique

### B. Efficiéce stochastique de premier ordre

Il n'y a pas d'autres restrictions sur les préférences de l'agent que celle de l'existence pour l'agent d'une fonction d'utilité croissante et deux fois différentiable. La dominance stochastique de premier ordre considère donc que les agents préfèrent plus de revenus à moins (Quirk et Saposnik, 1962), mais ne fait aucune hypothèse sur leur comportement vis à vis du risque. Une condition nécessaire et suffisante pour que F domine G est (Hanoeh et Levy, 1969) :

$$F(x) \leq G(x) \text{ pour tous les } x, \text{ et } F(x_0) < G(x_0) \text{ pour quelques } x_0$$

Ce qui se formule également comme: *pour chaque valeur de x, la probabilité d'obtenir au moins x est plus grande pour F que pour G*. Quand on observe les lois de distribution, la courbe de F est à droite de celle de G. Si les courbes se croisent, aucune solution n'est dominante.

De manière pratique, au moyen d'enquêtes, d'observations historiques (séries de prix, et de rendements), ou par simulations, on obtient les fonctions de distributions de probabilités de revenus pour chaque technique étudiée. Les probabilités cumulées sont comparées deux à deux, et les solutions dominées sont éliminées. On détermine alors un ensemble des solutions efficaces.

L'ensemble des solutions retenues peut être très large, et donner un ensemble voisin de la totalité des solutions. Si tel est le cas, on cherche alors un critère plus discriminant: la dominance stochastique de second ordre.

### C. Dominance stochastique de second ordre

Pour la dominance de second ordre, on cherche à discriminer les solutions non dominées au premier ordre. On fait l'hypothèse supplémentaire que le décideur est averse au risque, ce qui se traduit par des fonctions d'utilité concaves.

Une condition nécessaire et suffisante pour que F domine G pour l'ensemble des fonctions d'utilité croissantes et concaves est (Hadar et Russell, 1969; Hanoeh et Levy, 1969):

$$\int_{-\infty}^y [G(t) - F(t)] dt \geq 0 \quad (2)$$

pour tous les niveaux de l'attribut y, et  $F \neq G$  pour certaines valeurs  $y_0$ .

Graphiquement, pour toute valeur y, l'aire cumulée sous de G, ne doit pas être inférieure, à l'aire cumulée sous F. En pratique, on réalise une somme des probabilités cumulées pour chaque distribution de revenus que l'on compare deux à deux pour les solutions non dominées lors du test de premier ordre. Là encore, le test peut se révéler peu discriminatoire, on réalise alors un troisième test.

### D. Dominance stochastique de troisième ordre et DSD

Pour réduire encore l'ensemble des solutions efficaces, on peut utiliser un test pour les décideurs averses au risque, i.e. dont la fonction d'utilité est concave, et dont la dérivée troisième est strictement positive. Une condition nécessaire et suffisante pour que F domine G pour l'ensemble des

fonction d'utilité croissantes, concaves et décroissantes avec le niveau de revenu est (Whitmore, 1970):

$$E(Y_j) \geq E(Y_i) \quad (3)$$

et

$$\int_{-\infty}^y \left[ \int_{-\infty}^z [F_i(z') - F_j(z')] dz' \right] \quad (4)$$

pour toutes les valeurs de l'attribut y.

La DSD, mentionnée ici pour mémoire, est définie pour les décideurs averses au risque, dont l'aversion au risque diminue avec l'augmentation du niveau de revenu (Vickson, 1975). Celle-ci n'a été développée que pour des distributions discrètes, et devrait donner des résultats très similaires à la dominance de troisième ordre. Elle n'est donc pas développée ici.

Ces deux dernières formes sont peu réalisées, et la forme maintenant la plus rencontrée est la forme généralisée par Meyer de dominance stochastique, ou dominance stochastique par rapport à une fonction (Meyer, 1977).

#### E. Dominance stochastique par rapport à une fonction

L'idée de la dominance stochastique est d'identifier, pour un groupe de décideur aux caractéristiques connues, les techniques qui ne sont pas dominées. Les groupes sont alors identifiés de manière simple, i.e. préférence pour plus de revenus (premier ordre), averses au risque (deuxième ordre), averses au risque de manière décroissante en fonction du revenu (troisième ordre / DSD).

Meyer se base sur la mesure de l'aversion absolue au risque de Arrow-Pratt<sup>2</sup>,  $r(x) = -u''(x) / u'(x)$  où u est la fonction d'utilité, et x est généralement le revenu ou une mesure de richesse (Pratt, 1964). Le signe de  $u''$  nous indique si le décideur est averses au risque ( $u''(x) < 0$ ), ou prône au risque ( $u''(x) > 0$ ), mais il ne nous donne aucune indication sur la magnitude de cette attitude vis à vis du risque. Pratt a montré que cette fonction  $r(x)$  représente les préférences des agents, mais en plus la représente de manière unique, contrairement à la mesure de l'utilité toujours transformable par une transformation linéaire. Cette représentation étant unique, une restriction sur la fonction r, représente bien une restriction sur la préférence des agents.

Meyer considère donc un ensemble de décideurs qui satisfont la condition:

$$r_1(x) \leq -\frac{U''(x)}{U'(x)} \leq r_2(x) \quad \forall x \quad (5)$$

L'intérêt d'une telle démarche est que l'on peut créer des groupes de décideurs plus ou moins larges en faisant varier les bornes  $r_1(x)$  et  $r_2(x)$ , considérée comme des bornes supérieures et inférieures

---

2

Pour une introduction détaillée sur les mesures de l'aversion au risque, voir le § III.B.3.b. du Chapitre I.

d'aversion au risque. Les recommandations et les résultats obtenus sont alors bien ciblés aux différents types d'agents.

### **III. Dominance stochastique sur les ensembles convexes**

Dans les trois premiers cas de dominance stochastique, les utilités d'espérance sont comparées deux à deux, et nécessite le "consensus" de tous les décideurs du groupe, définis par exemple par les bornes  $r_1$  et  $r_2$  dans le cas de la dominance par rapport à une fonction de Meyer.

"Convex set stochastic dominance" (Cochran *et al.*, 1985), réduit l'ensemble des solutions non-dominées, sans changer les hypothèses sur les préférences des décideurs. Pour ce faire, il enlève la restriction qu'un consensus est nécessaire entre les décideurs.

Par exemple, pour une classe comprenant deux décideurs A et B.

Si pour A, Activité 2  $\geq$  Activité 1 et Activité 1  $\geq$  Activité 3

Si pour B, Activité 3  $\geq$  Activité 1 et Activité 1  $\geq$  Activité 2

Activité 1 n'est pas rejetée de l'ensemble des solutions efficaces avec les approches classiques d'efficacité stochastique. Cependant, on peut rejeter l'activité 1, chacun des décideurs a une solution qui domine cette activité. C'est précisément l'idée de la "CSD" (Convex Set Dominance), qui garde dans l'ensemble des solutions efficaces, les seules activités qui sont supérieures pour au moins un des décideurs, et rejette les alternatives qui ne seront choisies par aucun des décideurs. La technique CSD, au lieu de comparer les activités deux à deux, compare une activité G avec une combinaison convexe des autres  $F_i$ .

La technique CSD réduit encore la taille de l'ensemble des solutions efficaces, sans pour autant faire des hypothèses supplémentaires sur l'attitude des décideurs du groupe. Elle est donc potentiellement intéressante quand les critères précédents se sont révélés peu discriminatoires.

### **IV. Applications et conclusions**

Trois type d'études utilisent les tests de dominance stochastique. Les premières s'intéressent à un choix technique, pour une culture donnée. L'échelle se situe donc au niveau de la parcelle. Différentes techniques culturales sont simulées sous différentes conditions climatiques, et/ou économiques, pour obtenir une distribution de revenu générés par cette culture. On compare alors les techniques deux à deux pour éliminer les solutions techniques qui sont "dominées". C'est le cas de Greene qui, pour étudier l'impact du risque sur l'adoption par les agriculteurs des programmes de lutte intégrée sur le soja, pratiquent des simulations couplées avec le test de dominance stochastique généralisé de Meyer (Greene *et al.*, 1985). Cinq composants aléatoires sont utilisés pour créer les simulations: rendements, prix du soja, prix du blé, les traitements insecticides (les rendements en soja, et la quantité d'insecticides utilisés étant calculé à partir de données climatiques). On obtient alors pour chaque technique étudiée une distribution de revenus générés par le soja. On voit donc que l'étude est limitée à l'étude d'un choix technique dans le contexte de la parcelle puisque seuls les niveaux de revenus générés par les différentes techniques culturales sont comparées.

Les deuxième s'intéressent à l'exploitation agricole, et à ses réactions au différentes politiques agricoles. La problématique est ici différente: des exploitations représentatives pour lesquelles le choix des cultures et des surfaces emblavées sont déterminés de manière exogène, sont modélisées sous différentes conditions économiques (variations des prix), et/ou climatiques (variations des rendements). On applique alors différents types de politiques agricoles, et ce sont les politiques agricoles et leur influence sur le revenu qui sont comparées deux à deux. Ainsi, Kramer *et al.* utilisent les tests de dominance stochastique pour évaluer l'impact du risque sur l'adoption par les

agriculteurs aux programmes de 'set-aside' américain (Kramer et Pope, 1981). La dominance stochastique permet ici d'évaluer les différentes alternatives de politiques agricoles, et d'identifier les groupes d'agriculteurs qui seront susceptibles de participer au programme, ou en faisant varier les paramètres de la politique, d'étudier la sensibilité de l'adoption par rapport au revenu. Plus récemment, (Anderson *et al.*, 1994) utilisent également cette méthode pour l'analyse de politique agricole aux USA. Ils introduisent une variabilité au niveau des prix et des rendements, et étudient le comportement des agriculteurs supposés averses au risque, à partir de simulations couplées à un test de dominance stochastique généralisé.

Anderson développe une méthode nommée 'Risk Efficient Monte Carlo Programming' ou REMP (Anderson, 1975). Elle combine une approche de simulations de type Monte-Carlo pour la génération des plans d'organisation possible de l'exploitation agricole et une sélection des plans élaborés par un test de dominance stochastique (aversion au risque). La méthode de Monte-Carlo consiste à créer des plans d'organisation, en choisissant de manière pseudo-aléatoire une activité, et en augmentant de manière progressive le niveau de cette activité, jusqu'aux limites des ressources disponibles. Elle est proposée comme une alternative à la programmation linéaire pour relever ses défauts: linéarité, additivité, continuité. Cette méthode était développée également pour le cas d'un risque 'non-normal', et donc dans le cas où les critères classiques E-V ne peuvent être utilisés. La dominance stochastique est alors employée au niveau de l'exploitation agricole.

Ce type d'approche semble donc mieux adapté à l'analyse des techniques culturales au niveau de la parcelle, qu'à l'analyse des choix de production au niveau de l'exploitation agricole, même si elle est moins restrictive que les méthodes basées sur la maximisation d'une fonction d'utilité. L'exercice principal a donc été de tenter de réconcilier l'approche de type maximisation et de type efficacité stochastique au niveau de l'exploitation. Ceci est l'objet des chapitres suivants.

## Bibliographie du chapitre II

- Anderson, D.P., J.W. Richardson et E.G. Smith (1994). Impacts of risk attitudes on farm-level acreage flexibility decisions. *Journal of Production Agriculture* 7 (4) : 428-436.
- Anderson, J.R. (1975). Programming for efficient planning against non-normal risk. *Australian Journal of Agricultural Economics* 19: 94-107.
- Cochran, M.J., L.J. Robison et W. Lodwick (1985). Improving the efficiency of stochastic dominance techniques using convex set stochastic dominance. *American Journal of Agricultural Economics* 67: 289-295.
- Diamond, P.A. et J.E. Stiglitz (1974). Increases in risk and in risk aversion. *Journal of Economic Theory* 8 (3) : 337-360.
- Greene, C.R., R.A. Kramer, G.W. Norton et E.G. Rajotte (1985). An economic analysis of soybean integrated pest management. *American Journal of Agricultural Economics* 67: 567-568.
- Hadar, J. et W.R. Russell (1969). Rules for ordering uncertain prospects. *American Economic Review* 59: 25-34.
- Hanoch, G. et H. Levy (1969). The efficiency analysis of choices involving risk. *Review of Economic Studies* 36: 335-346.
- Kramer, R.A. et R.D. Pope (1981). Participation in farm commodity programs: a stochastic dominance analysis. *American Journal of Agricultural Economics* 63: 119-128.
- Meyer, J. (1977). Choice among distributions. *Journal of Economic Theory* 14: 326-336.
- Pratt, J.W. (1964). Risk aversion in the small and in the large. *Econometrica* 32 (1-2) : 122-136.
- Quirk, J. et R. Saposnik (1962). Admissibility and measurable utility functions. *Review of Economic Studies* 29: 140-146.
- Rothschild, M. et J.E. Stiglitz (1970). Increasing risk: I. A definition. *Journal of Economic Theory* 2 (March 1970) : 225-243.
- Vickson, R.G. (1975). Stochastic dominance tests for decreasing absolute risk aversion, I. Discrete random variables. *Management Science* 21 (12) : 1438-1446.
- Whitmore, G.A. (1970). Third degree stochastic dominance. *American Economic Review* 60: 457-459.

**Deuxième Partie :**

**Les modèles de base**



Les modèles de décision ont tout d'abord été normatifs. Ils montrent quels choix doivent être pris par les producteurs, si ils suivent un certain nombre de règles de comportements. Le modèle est alors une optimisation d'une fonction objectif (revenu de l'exploitation, emploi sur l'exploitation, etc.), sous des contraintes techniques et financières. Cela suppose de la part du décideur, une connaissance parfaite des conditions de marchés (prix), et des contraintes techniques (coefficients entrée/sortie), par ailleurs supposés constants et déterministes. C'est l'objet de notre premier type de modèle.

Cependant, il est clair que ce type de modèle ne représente pas le comportement réel des agriculteurs, et que d'autres considérations telles le risque doivent être incluses dans le modèle pour mieux représenter la réalité. Cependant, il n'existe pas un consensus sur la formalisation du risque au sein des modèles de décision. Trois grandes familles coexistent: les analyses basées la maximisation d'une fonction d'utilité, les approches dérivant de la théorie des jeux, les approches incluant des contraintes de sécurité (safety first).

Avant d'envisager les différentes formalisations du risque, étudions brièvement le cas d'une exploitation où le risque n'est pas pris en compte. La présentation traditionnelle, en programmation mathématique se fait sous la forme d'une optimisation (minimisation ou maximisation) d'une fonction objectif, sous les contraintes de ressources (capital, travail, ressources naturelles). Prenons l'hypothèse que l'objectif du décideur est de maximiser le revenu moyen de son exploitation. Mathématiquement le modèle se présente alors sous la forme:

$$\text{Maximiser } Z = \sum_{j=1}^J c_j \cdot X_j \quad (1)$$

sous les contraintes de

$$\sum_{j=1}^J a_{rj} \cdot X_j \leq b_r \quad \forall r = 1 \text{ à } R \quad (2)$$

$$X_j \geq 0 \quad \forall j = 1 \text{ à } J \quad (3)$$

avec

- j l'indice des activités: j=1 à J
- r l'indice des ressources r = 1 à R
- $X_j$  le niveau choisi de la  $j^{\text{ème}}$  activité
- $c_j$  la marge brute moyenne de l'activité j
- $a_{rj}$  la quantité de ressource r nécessaire pour produire une unité de la  $j^{\text{ème}}$  activité
- $b_r$  la quantité de ressource r disponible sur l'exploitation

Le modèle est déterministe puisque tous les coefficients sont supposés fixes et non aléatoires. On obtient donc une solution optimale et unique. Ce type d'analyse fait cependant complètement abstraction de la variabilité des résultats, et conduit à des résultats peu ressemblants à la réalité. C'est ce que tentent d'adresser les chapitres suivants.

## Chapitre III: Les analyses basées sur la maximisation d'une fonction d'utilité

### I. Introduction

La maximisation d'une fonction d'utilité sous un ensemble de contraintes technico-économiques reste le modèle de comportement des agents économiques le plus utilisé pour l'analyse du risque. Ce type d'analyse se fonde sur les concepts d'utilité, sur la possibilité d'explicitier une telle fonction d'utilité, et sur le constat que le décideur base sa décision sur des probabilités objectives ou subjectives d'apparition des différents états de nature. On suppose ici qu'il n'existe aucune incertitude sur les contraintes, et la disponibilité en ressources, de sorte que tout le risque peut être exprimé au seul niveau de la fonction objectif. Contrairement à l'efficacité stochastique vu dans le chapitre précédent, les modèles basés sur la maximisation d'une fonction d'utilité arrive à un classement complet des différentes alternatives envisagées, et donne une solution "unique". Par contre, les versions paramétriques de ces modèles tentent de donner l'ensemble des solutions efficaces tout en utilisant les avantages de la programmation mathématique.

Nous avons retenu ici six types de modèles: (a) les modèles espérance, variance (E,V); (b) une approximation linéaire, le MOTAD; (c) les modèles de types E,L (d) les modèles de type moyenne-Gini (MG); (e) les modèles Efficience d'Utilité; et (d) les modèles reposant sur la notion d'utilité anticipée.

### II. Les analyses Espérance, Variance ou (E,V)

#### A. Présentation

On suppose alors que l'agriculteur fait son choix entre les différentes activités de son exploitation sur la base des deux seuls critères que sont l'espérance de revenu global (E), et sa variance (V). L'analyse E,V soutient donc que la maximisation de l'utilité du décideur est équivalente à la maximisation d'une combinaison linéaire des deux premiers moments de la distribution des revenus. On suppose par ailleurs que les courbes d'iso-utilité sont convexes, et que l'agriculteur est averse au risque. Un décideur acceptera donc une organisation avec une plus forte variabilité, si et seulement si la moyenne de revenu est plus forte. Cette compensation par le revenu, devra être croissante avec l'augmentation de V.

$$\frac{\partial E}{\partial V} > 0 \quad \text{et} \quad \frac{\partial E^2}{\partial V^2} > 0 \quad (4)$$

Ainsi, un portefeuille est efficace quand "il est impossible d'obtenir un revenu moyen plus important sans augmenter sa variabilité, ou s'il est impossible d'obtenir une moindre variabilité sans consentir une baisse du revenu moyen" (Markowitz, 1952).

Selon le principe de Bernouilli, il existe donc une fonction d'utilité U, qui à chaque décision attribue un indice d'utilité égal à l'espérance de cette utilité. La théorie ne donne pas d'autres restrictions sur la forme fonctionnelle de l'utilité, cependant les plus populaires sont la fonction quadratique (5), et la fonction exponentielle (6).

$$U(Z) = \alpha \cdot Z + \beta \cdot Z^2 \quad (5)$$

La fonction quadratique présente cependant des inconvénients: l'aversion absolue au risque est

$$U(Z) = 1 - e^{-\beta \cdot Z} \quad (6)$$

croissante, et elle présente un maximum au-delà duquel l'utilité marginale du revenu diminue. Pour la fonction exponentielle, et une distribution normale du revenu, l'espérance de la fonction d'utilité à maximiser devient (Freund, 1956):

$$E(U(Z)) = E(Z) - \frac{1}{2} \beta \cdot V(Z) \quad (7)$$

avec  $\beta$  le coefficient absolu d'aversion de Arrow-Pratt (Pratt, 1964). Ce type de fonction a été largement utilisé par les agro-économistes pour ses propriétés mathématiques intéressantes depuis Freund (1956).

Un autre type d'exercice consiste, pour chaque niveau de revenu envisagés, à chercher à minimiser sa variance (Hazell et Norton, 1986). La représentation des solutions obtenues dans un diagramme E,V donne, *sous certaines conditions*, l'ensemble des solutions efficientes. En prenant un ensemble de solutions efficientes, et en connaissant la fonction d'utilité de l'agriculteur on peut alors définir un plan unique d'organisation qui maximise l'utilité de l'agriculteur.

## B. Formalisation

Considérons une prévision à court terme pour laquelle les variations peuvent apparaître uniquement sur les coûts et les résultats des activités, et donc sur les marges des différentes activités. Le modèle quadratique recherche une minimisation de la variance globale du revenu, pour un niveau paramétrable de revenu moyen, les contraintes habituelles étant retenues. Ce qui mathématiquement peut se formuler:

$$\text{Minimiser } V = \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^J X_j \cdot X_k \cdot \sigma_{jk} \quad (8)$$

Sous les contraintes de:

$$\sum_{j=1}^J \bar{c}_j \cdot X_j = \lambda \quad \text{avec } \lambda = 0 \text{ à } \infty \quad (9)$$

$$\sum_{j=1}^J a_{rj} \cdot X_j \leq b_r \quad \forall r = 1 \text{ à } R \quad (10)$$

$$X_j \geq 0 \quad \forall j = 1 \text{ à } J \quad (11)$$

Il est donc nécessaire de connaître les marges moyennes  $\bar{c}_j$  de chaque activité, et leurs coefficients de variance-covariance  $\sigma_{jk}$ . L'obtention de ces données est difficile. On peut calculer des estimateurs en analysant des séries chronologiques ou des "cross-section" de marges observées sur le terrain. Alternativement, on peut obtenir les coefficients subjectifs par enquêtes auprès des opérateurs eux mêmes. Concrètement, on peut réaliser un panachage des deux types d'information (Hazell, 1971).

Si on observe un échantillon de T observations, et  $\bar{c}_j$  est la marge brute moyenne de l'activité observée pour l'échantillon, on obtient pour V:

$$V = \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^J X_j \cdot X_k \cdot \left[ \frac{1}{T-1} \cdot \sum_{t=1}^T (c_{jt} - \bar{c}_j) \cdot (c_{kt} - \bar{c}_k) \right] \quad (12)$$

avec

$c_{jt}$ : la marge brute de l'activité j, sous l'état de nature t.

Transformant l'équation, on obtient un nouvel estimateur de la variance:

$$V = \sum_{t=1}^T \left[ \sum_{j=1}^J c_{jt} \cdot X_j - \sum_{j=1}^J \bar{c}_j \cdot X_j \right]^2 \quad (13)$$

$$Y_t = \sum_{j=1}^J c_{jt} \cdot X_j \quad (14)$$

En posant  $Y_t$ , le revenu global de l'exploitation t de l'échantillon et  $\bar{Y}$  le revenu global de la même exploitation (même alternatives techniques), mais calculé avec les marges brutes moyennes observées. On obtient donc un nouvel estimateur de la variance,

$$V = \frac{1}{(T-1)} \cdot \sum_{t=1}^T [Y_t - \bar{Y}]^2 \quad (15)$$

Deux manières alternatives de calculer la variance existent donc: en utilisant les données de variance, covariances des activités, ou en calculant les marges brutes de chaque activités  $Y_t$  et en estimant la variance du revenu brut Y.

Dans la suite, nous nous efforcerons de présenter un exemple commun dont les données sont développées en Annexe 2, sous les différentes approches développées dans le texte. L'application E,V est développée en annexe, ainsi que la programmation mathématique en LINGO. (Annexe 3)

### C. Avantages et inconvénients

Les analyses E,V ont eu des utilisations normatives moyennant la révélation de la fonction d'utilité du décideur. Elles peuvent être utilisées de manière positive, dans le but de décrire le comportement des agriculteurs tout en faisant l'hypothèse d'un comportement rationnel.

Cependant, on trouve trois types de critiques à son égard. Les premières s'attaquent aux hypothèses de bases. En effet, les résultats peuvent être inconsistants avec la théorie de l'utilité espérée si les hypothèses que sont, soit une distribution normale des revenus, soit une fonction d'utilité quadratique, ne sont pas respectées. Hadar et Russell montrent théoriquement que la frontière E,V peut contenir des distributions qui peuvent être discriminées par la dominance stochastique de second ordre (SSD), tout en excluant des solutions dominantes (Hadar et Russell, 1969). De même, si les revenus sont distribués normalement, les solutions sont efficaces stochastiquement en terme de dominance stochastique de second ordre (Hanoch et Levy, 1969; Levy et Hanoch, 1970). Cependant, si ils ne sont pas distribués normalement, on doit prêter une fonction d'utilité quadratique au décideur, faute de quoi on peut obtenir des solutions dominées. La fonction quadratique est souvent regardée comme inacceptable, car impliquant une aversion au risque croissante avec le revenu, et n'étant pas monotone croissante. La distribution normale des revenus peut dans certains cas être acceptable, mais cela dépendra du problème étudié (Buccola, 1986).

On trouve également des réserves sur ce type d'approche puisque avec l'utilisation de la variance, on considère que les résultats très mauvais, mais également très bons sont indésirables. Markowitz mentionne donc que l'utilisation de la 'semi-variance' est préférable, mais utilise la variance pour des raisons essentiellement pratiques. Porter explore les relations entre la semi-variance et la dominance stochastique (Porter, 1974). Il montre tout d'abord que l'utilisation de la semi-variance<sup>1</sup> autour de la moyenne crée des ensembles plus proches de l'ensemble des solutions efficaces. Il montre enfin qu'en utilisant la semi-variance autour d'un point fixe (et non plus de la moyenne), on obtient un sous-ensemble des solutions SSD<sup>2</sup>. Ce dernier type d'approche est donc supérieur, à l'approche E,V. Il est important de noter que l'on obtient alors des solutions de type 'target MOTAD' développées plus loin.

Les deuxièmes critiques tiennent au type de programmation qualifiée de 'lourde', puisque l'on aborde des algorithmes non linéaires, qui même si ils sont maintenant disponibles, sont plus délicats d'emploi, avec des problèmes d'optima locaux. Ceci a conduit au développement d'une approximation linéaire de cette méthode (cf. infra).

Les troisièmes, enfin, tiennent à la quantité d'information nécessaire pour pouvoir mener à bien la modélisation. En effet, il est nécessaire d'obtenir l'information sur les distributions de revenus pour chaque activités (moyennes, variances), et les relations (covariances) entre activités que ce soit sur des données observées ou des données anticipées/perçues par le décideur. A ce propos, la méthode qui consiste à prendre des données historiques comme substituts aux anticipations des agriculteurs a été critiquée (McSweeney *et al.*, 1987). Par ailleurs, on doit révéler la fonction d'utilité. Ce problème est souvent élucidé, en limitant la recherche à l'établissement d'un ensemble de solutions efficaces parmi lesquelles l'agriculteur choisit une organisation qui correspond au mieux à ses objectifs, dans un but d'utilisation normative.

### **III. Une approximation linéaire: MOTAD**

#### **A. Présentation**

Nous avons vu précédemment que l'on pouvait alternativement étudier les variances/covariances des différentes activités, ou estimer la variance du revenu de l'exploitation. Hazell utilise donc une approximation de la variance des revenus par la somme des valeurs absolues des déviations par rapport à la moyenne ("mean absolute income deviation" ou "mad"). Pour cela, il doit prendre pour

---

<sup>1</sup> On ne considère alors que les déviations négatives par rapport à la moyenne

<sup>2</sup> On ne génère donc plus de solutions dominées.

hypothèse que les revenus sont distribués selon une loi normale, mais l'avantage immédiat est de substituer un programme linéaire, plus fiable et moins lourd, à un programme quadratique.

En effet, pour un échantillon de taille T d'une population distribuée normalement, la variance de cette population peut être estimée par (Fisher, 1920):

$$d^2 \cdot \frac{\pi \cdot T}{2 \cdot (T-1)} \quad (16)$$

où d est la somme des valeurs absolues des déviations par rapport à la moyenne ou mad.

En notant

$$F = \frac{\pi \cdot T}{2(T-1)} \quad (17)$$

On obtient un estimateur de la variance du revenu de la forme:

$$\tilde{V} = F \cdot d^2 = F \cdot \left[ \frac{1}{T} \cdot \sum_{t=1}^T |Y_t - \bar{Y}| \right]^2 \quad (18)$$

Si l'on note  $DEV_t^+$  et  $DEV_t^-$  les écarts positifs et négatifs par rapport à la moyenne ( $DEV_t^+$  et  $DEV_t^-$  étant définis comme des valeurs positives par définition), on obtient:

$$\tilde{V} = \frac{F}{T^2} \left[ \sum_{t=1}^T (DEV_t^+ + DEV_t^-) \right]^2 \quad (19)$$

En notant

$$\sqrt{W} = \sqrt{\frac{T^2}{F} \cdot \tilde{V}} = \sum_{t=1}^T (DEV_t^+ + DEV_t^-) \quad (20)$$

Hazell montre que l'étude de  $W^{1/2}$  est un substitut réaliste à la variance du revenu.

### B. Formalisation

Notre problème quadratique se transforme donc en un problème linéaire de la forme:

$$\text{Minimiser } \sqrt{W} = \sum_{t=1}^T (DEV_t^+ + DEV_t^-) \quad (21)$$

avec

$$\sum_{j=1}^J (c_{ij} - \bar{c}_j) \cdot X_j - DEV_t^+ + DEV_t^- = 0 \quad \forall t=1 \text{ à } T \quad (22)$$

$$\sum_{j=1}^J \bar{c}_j \cdot X_j = \lambda \quad \text{avec } \lambda = 0 \text{ à } \infty \quad (23)$$

Les contraintes restant inchangées. L'exemple traité dans le cas de modèles E,V est repris pour le MOTAD, et la programmation en LINGO (Annexe 4).

### C. Avantages et inconvénients

Le MOTAD a été développé dans le but de linéariser un problème quadratique, tout en gardant ses caractéristiques essentielles. Dans cette optique, les conclusions faites sur les modèles E,V sont valables pour le MOTAD: (a) les résultats peuvent conduire à des erreurs si une fonction d'objectif quadratique, et/ou une distribution normale des revenus n'est pas prise, (b) un nombre de données important est nécessaire à la construction du modèle. De même, les solutions générées sont une approximation des solutions E,V et ne sont pas forcément efficaces en terme de dominance stochastique de second degré (Tauer, 1983).

Le modèle MOTAD reste cependant un des plus utilisés. Une généralisation du MOTAD a été proposé pour intégrer le risque dans les contraintes, e.g. les disponibilités en ressources (Bouzit *et al.*, 1994; Hazell et Norton, 1986; Wicks et Guise, 1978).

## IV. Les solutions E,L: un sous-ensemble des solutions E,V

### A. Présentation

Baumol montre que l'ensemble des solutions efficaces pour le critère E,V contient un certain nombre de solutions qui ne seront pas retenues par le décideur (Baumol, 1963). Il propose donc un sous-ensemble basé sur le critère espérance de gain (E) - limite inférieure de confiance (L).

Si l'on compare deux plans, qui donnent les résultats suivants:

	Moyenne	Ecart-type	E+σ	E-σ
Plan A	10	2	12	8
Plan B	17	4	21	13

Aucun des deux plans A ou B n'est dominé. Ils font donc partie de l'ensemble des plans efficaces E,V. Pourtant, le plan B est plus susceptible d'être adopté par le décideur, car la prévision basse de B (avec un degré x de confiance) est supérieure à la prévision haute de A.

Baumol part du constat simple suivant: si les revenus sont distribués selon une loi normale, il y a une probabilité de 16% que le revenu soit inférieur à E - σ, une probabilité de 2% que le revenu soit inférieur à E - 2σ, une probabilité de 0.1% que le revenu soit inférieur à E - 3σ. Il propose donc un critère de *limite inférieure de confiance* de type E, E - kσ, où k est le coefficient d'aversion du décideur. Ce qui signifie que pour tout niveau de confiance retenu (L), le décideur cherche à maximiser le revenu espéré E.

L'ensemble des plans efficaces au sens du critère E,L se trouvent donc sur la partie décroissante de la courbe E -  $\kappa\sigma$ . Baumol montre que cet ensemble est un sous-ensemble des solutions efficaces vis à vis du critère E,V.

### B. Utilisations, Avantages, Inconvénients

Le critère E,L peut être utilisé de plusieurs manières. On peut tout d'abord supposer que le coefficient d'aversion du décideur est connu, ou qu'il est possible de le déterminer par enquête. On peut alors déterminer un plan optimal d'organisation de l'exploitation, qui maximise le critère L. Le coefficient K est déterminé par enquête en utilisant des méthodes expérimentales de révélation de l'aversion au risque (Anderson *et al.*, 1977). Il peut également être choisi arbitrairement pour ses qualités de programmation. En effet, une valeur de K de 1,65 correspond au niveau de risque de 5% toléré dans les études statistiques.

Une autre approche, à l'opposé de la première, consiste à donner une valeur de K qui permette au modèle de l'exploitation de reproduire de manière la plus proche, les choix du décideur. La valeur de K, ainsi déterminée est alors donnée comme le coefficient d'aversion au risque du décideur. On peut noter cependant, que le coefficient d'aversion, ainsi déterminé pourrait venir masquer des erreurs dans la spécification du modèle (coefficient techniques erronés, contraintes non envisagées ou mal décrites, etc.). Cette dernière utilisation peut donc se révéler dangereuse.

Plus récemment, (Donaldson *et al.*, 1995) utilisent une méthode s'inspirant du critère E, $\sigma$ , et la méthode Target MOTAD de (Tauer, 1983). Ils proposent une fonction d'utilité de la forme:

$$E(U_z) = E(z) - \phi \cdot \lambda \quad (24)$$

où  $\phi$  est un coefficient d'aversion déterminé de manière exogène pour caler le modèle, et  $\lambda$  la somme des déviations négatives par rapport à un revenu minimum sous les différents états de nature, pondérés par leur probabilités d'apparition.

## V. Approche Moyenne-Gini, ou M,G

### A. Présentation

La méthode est présentée par ses utilisateurs comme aussi 'robuste' que la dominance stochastique, et aussi applicable en modélisation que le modèle quadratique (cf. infra). Cette méthode a tout d'abord été élaborée au niveau théorique par (Yitzhaki, 1982), et mise en application pratique par (Buccola et Subaei, 1984) et par (Okunev et Dillon, 1988). Plus récemment, elle a été utilisée par (Shalit, 1995) en économie de l'environnement.

### B. Formalisation

La variabilité d'une variable aléatoire X peut être décrite au moyen du coefficient de Gini:

$$\Gamma_F = \frac{1}{2} \int_a^b \int_a^b |x-y| dF(x) dF(y) \quad (25)$$

où F est la loi de distribution de la variable aléatoire définie sur l'intervalle [a,b], et x et y une paire de valeurs que peut prendre la variable X. Le coefficient de Gini s'écrit encore (Buccola et Subaei, 1984):

$$\Gamma_F = \mu_F - a - \int_a^b [1 - F(x)]^2 dx \quad (26)$$

On sait par ailleurs que si F et G sont deux lois de distribution de deux variables aléatoires, et si F domine G selon le critère de dominance stochastique de second ordre, alors il est nécessaire que:

$$\int_a^b [1 - F(x)]^n dx \geq \int_a^b [1 - G(x)]^n dx \quad (27)$$

pour toutes les valeurs de n positives, et avec une inégalité stricte pour une valeur de n. Si de plus, F(x) et G(x) se croisent **au plus** une fois<sup>1</sup>, l'équation (27) est une condition nécessaire et suffisante de dominance stochastique de second ordre (Yitzhaki, 1982). Shalit et Yitzhaki (1982)<sup>2</sup>, introduisent alors le coefficient de Gini généralisé:

$$\Gamma_F(n) = \int_a^b [1 - F(x)] dx - \int_a^b [1 - F(x)]^n dx \quad (28)$$

L'équation (3) est alors équivalente à:

$$\mu_F - \Gamma_F(n) \geq \mu_G - \Gamma_G(n) \quad \forall n > 0 \quad (29)$$

pour tous les n positifs, et avec une inégalité stricte pour au moins un n. Cette dernière condition est difficile à appliquer, puisqu'elle suppose un nombre infini de calcul. Yitzhaki propose donc de limiter les calculs pour n= 1, 2 seulement. Ce qui nous ramène aux deux équations 30 et 31:

$$\mu_F \geq \mu_G \quad (30)$$

$$\mu_F - \Gamma_F \geq \mu_G - \Gamma_G \quad (31)$$

L'ensemble des deux équations (30) et (31) représente le critère Moyenne-Gini, ou MG.

---

<sup>1</sup> Les lois de distributions "*se croisent*" si les courbes graphiques se croisent, c'est à dire que pour tout  $\varepsilon_0 < \varepsilon_1$  tels que  $F(\varepsilon_1) > G(\varepsilon_1)$  et  $F(\varepsilon_0) < G(\varepsilon_0)$ , alors  $F(\varepsilon) < G(\varepsilon)$  pour tout  $\varepsilon < \varepsilon_0$ , et  $F(\varepsilon) > G(\varepsilon)$  pour tout  $\varepsilon > \varepsilon_1$ .

<sup>2</sup> Shalit, H. et S. Yitzhaki (1982), Mean-Gini, portfolio theory, and the pricing of risky assets, Paper No. 8204, Center for Agricultural Economic Research, Israel, cité dans Buccola et Subaei (1984)

### C. Une formalisation linéaire

Okunev et Dillon proposent un algorithme de programmation linéaire pour la détermination d'un ensemble de solutions efficaces au regard de ce critère MG (Okunev et Dillon, 1988). Ils construisent d'abord un ensemble de solutions  $MF$  efficaces. Cet ensemble est obtenu en minimisant  $\Gamma$  pour chaque niveau paramétré de  $\mu$ .

En reprenant nos notations habituelles, le problème s'écrit sous la forme:

$$\text{Minimiser } T^2 \Gamma = \sum_{t=1}^T \sum_{u>t}^T | MB_t - MB_u | \quad (32)$$

avec

$$MB_t = \sum_{j=1}^J c_{jt} \cdot X_j \quad (33)$$

Comme nous avons une valeur absolue dans la fonction objectif, l'utilisation de la programmation linéaire est proscrite. Cependant, en notant  $DEV_{tu}^+$  et  $DEV_{tu}^-$  les différences respectivement positives et négatives entre les marges brutes, avec  $DEV_{tu}^+$  et  $DEV_{tu}^-$  des valeurs positives par définition, on obtient:

$$MB_t - MB_u = DEV_{tu}^+ - DEV_{tu}^-$$

Pour chaque couple (t,u) l'une des deux valeurs est nulle. Il en résulte que:

$$| MB_t - MB_u | = DEV_{tu}^+ + DEV_{tu}^-$$

On transforme donc le problème en:

$$\text{Minimiser } \sum_{t=1}^T \sum_{t>u}^T DEV_{tu}^+ + DEV_{tu}^- \quad (36)$$

sous les contraintes de:

$$\sum_{j=1}^J (c_{jt} - c_{ju}) \cdot X_j - DEV_{tu}^+ + DEV_{tu}^- = 0 \quad \forall t=1 \text{ à } T \text{ et } \forall u>t \quad (37)$$

$$\sum_{j=1}^J \bar{c}_j \cdot X_j = \lambda \quad (38)$$

les contraintes de positivité des variables, et sur les ressources restant les mêmes.

Une fois l'ensemble des solutions  $E, \Gamma$  déterminé, on sait que l'efficacité  $E, \Gamma$  est une condition suffisante pour l'efficacité  $E, G$  (Yitzhaki, 1982). On élimine alors de l'ensemble des solutions  $E, \Gamma$  les solutions ayant la même valeur de  $E - \Gamma$ , mais une moyenne inférieure.

L'exemple traité jusqu'alors est repris pour l'analyse MG en Annexe 5.

#### D. Conclusions sur la méthode MG

La méthode est relativement récente a été peu utilisée dans des études expérimentales, incluant le risque. Peu de critiques ont donc été formulées à son égard, et il est difficile vu le peu d'études réalisées d'en évaluer la robustesse.

On pourra remarquer que la méthode est assez proche de la méthode E,L (Baumol, 1963). En effet, la méthode E,L prend pour critère E le revenu moyen de l'entreprise et  $L = E - \phi \sigma$  où  $\phi$  est une constante positive. Pour  $\phi \sigma = \Gamma$ , on retrouve le critère Mean-Gini (Yitzhaki, 1982). En ce sens, elle permet de retenir des solutions plus risquées, si leurs moyennes sont suffisamment élevées. En contrepartie, une des limites de la méthode est qu'elle pourra éliminer des solutions SSD, qui pourraient être intéressantes pour les décideurs fortement averses au risque (Buccola et Subaei, 1984).

L'avantage principal est que cette approche n'est pas limitée aux distributions normales de revenu, et ne fait pas d'hypothèse sur la forme de la fonction d'utilité du décideur. De plus, le critère MG est une condition nécessaire (mais non suffisante) de la dominance stochastique de second degré. Il devient une condition suffisante pour les lois de distributions qui se croisent au maximum une fois, comme les lois normales, log-normales, exponentielles, uniformes, chi-2, et gamma. .

## VI. Utility-Efficient Programming

### A. Présentation

Les limites des approches E,V ou équivalentes (MOTAD et E,L) tiennent aux conditions restrictives de ces modèles. Le modèle DEMP (Direct Expected Utility Maximizing Non-linear Program, (Lambert et McCarl, 1985) pose comme seule condition pour obtenir un maximum global une fonction objectif quasi-concave<sup>1</sup>, ce qui est obtenu pour toute fonction d'utilité concave, i.e. si le décideur est averse au risque sur le domaine de définition (Chiang, 1984) . Des fonctions d'utilité contenant des portions sur lesquelles le décideur préfère le risque si la somme pondérée des différentes portions est quasi-concave. Par ailleurs, aucun type de distribution des revenus n'est requis, puisque les données observées sont intégrées directement dans le modèle.

Ceci donne une grande souplesse pour la modélisation, mais cela ne résout pas le problème de l'élaboration de la fonction d'utilité du décideur. Patten, et al. (1988) ont donc développé un moyen de générer des ensembles de solutions efficaces quand on dispose de données partielles: méthode UE ou Utility Efficient Programming. Ils utilisent une fonction d'utilité séparable de type "sumex", qui s'écrit sous la forme:

<sup>1</sup> Une fonction  $f(x_1, x_2)$  est quasi-concave ssi  $f_1^2 f_{22} - 2 f_1 f_2 f_{12} + f_2^2 f_{11} < 0$  où  $f_1$  et  $f_2$  expriment les dérivées premières et seconde de la fonction  $f$  par rapport aux variables  $x_1$  et  $x_2$  (Chiang, 1984).

$$U(Z) = -e^{-aZ} - \lambda \cdot e^{-bZ} \quad \text{avec } a, b, \lambda > 0$$

La fonction “sumex” est utilisée pour ses propriétés singulières intéressantes. En effet, le coefficient de risque absolu de Arrow-Pratt décroît avec le revenu. De plus, en faisant varier  $\lambda$ , ce coefficient de Arrow-Pratt évolue entre a et b. Les valeurs a et b peuvent donc être prise comme les bornes de l’intervalle de l’aversion au risque du groupe considéré. En paramétrant  $\lambda$  on obtient l’ensemble des solutions efficientes pour les décideurs dont l’aversion au risque est comprise entre a et b. On peut recommencer l’exercice en faisant varier a et b pour les différents groupes de producteurs. Comme dans le modèle de Lambert et McCarl (1985), les données sont intégrées directement dans le modèle, et aucune contraintes sur la distribution ne sont nécessaires.

### B. Formulation

Le problème se présente donc sous la forme:

$$\text{Maximiser } U(Z) = \sum_{t=1}^T P_t \cdot (-e^{-aZ_t} - \lambda \cdot e^{-bZ_t}) \quad \text{avec } a, b, \lambda > 0$$

avec

$$Z_t = \sum_{j=1}^J c_{jt} \cdot X_j \quad \forall t$$

Les autres contraintes de ressources restant identiques.

### C. Conclusion sur la méthode UE programming

La méthode apparaît séduisante puisqu’elle permet de sélectionner des plans d’organisation des exploitations ciblés pour des groupes de producteur au coefficient d’aversion au risque compris dans un intervalle. La méthode s’apparente donc à la dominance stochastique par rapport à une fonction (Meyer, 1977). Selon les auteurs, elle permet donc de s’abstenir de l’exercice difficile qui consiste à révéler les fonction d’utilité des producteurs.

Il n’en reste pas moins que la justification de la fonction ‘sumex’ reste floue, et semble reposer plus sur ses propriétés mathématiques que sur un rapport à un comportement supposé.

## VII. Risque et utilité anticipée

### A. Présentation

Le concept d’utilité espérée, quoique largement utilisé dans la littérature, a été invalidé de manière empirique (Munier, 1989). Le concept d’utilité anticipée (Quiggin, 1982) a donc été introduit pour palier aux nombreuses contradictions empiriques relevées (cf supra).

Avec cette théorie, on sépare les deux fonctions contenues implicitement dans la fonction d’utilité espérée. L’une tient à la fonction d’utilité stricto-sensu (évaluation marginale du revenu ou des gains), l’autre est une fonction de déformation des probabilités d’apparition des différents événements, qui représente l’attitude du décideur par rapport au risque.

## B. Formalisation

La fonction d'utilité qui sous la théorie de l'utilité espérée se présente sous la forme de

$$U(X) = \sum_i p_i \cdot U(X_i) \text{ s'écrit alors:}$$

$$U(X) = \sum_i h_i(p) \cdot u(X_i) \quad (43)$$

Il est important de noter que  $h_i(p)$  dépend de toutes les composantes du vecteur de probabilités  $p$ , et non de la probabilité simple  $h_i(p_i)$  comme décrit dans la 'Prospect Theory' (Kahneman et Tversky, 1979; Munier, 1989).

Il reste donc à estimer les deux fonctions  $h(\cdot)$  et  $u(\cdot)$ . Bouzit étudie les dispositions prises par des agriculteurs pour se protéger des risques climatiques et/ou économiques (Bouzit, 1995). A partir d'évaluations empiriques des fonctions  $u$  et  $h$ , il détermine les primes de risques que les agriculteurs seraient prêts à payer pour se protéger contre le risque de sécheresse selon les différentes hypothèses: probabilités objectives, probabilités déformées. Il est montré que l'agriculteur envisagé sur-pondère les événements peu probables et défavorables, et qu'il sous-pondère les événements presque certains. La prise en compte de cette attitude 'pessimiste' devrait permettre une meilleure évaluation de la demande en eau.

## C. Conclusion sur l'utilité anticipée

Le concept d'utilité anticipée tire les conséquences des enseignements expérimentaux qui viennent contredire la théorie de l'utilité espérée. La difficulté que rencontre la théorie de l'utilité Neumanienne est celle qui résulte de la confusion en un seul outil de deux concepts différents: l'évaluation marginale des gains, et l'attitude par rapport au risque. Les deux concepts sont donc étudiés avec deux outils différents: un outil d'évaluation marginale des gains ou utilité, un outil de représentation de l'attitude par rapport au risque: la fonction de déformation des probabilités. L'avantage majeur de cette approche réside donc dans des bases épistémologiques plus saines. La partie empirique, élicitation de la fonction de déformation des probabilités, et l'estimation de la fonction d'utilité restent plus discutées. Il reste que cette méthode a peu été utilisée empiriquement par les agro-économistes.

## VIII. Conclusion sur les analyses basée sur le concept d'utilité

Le débat actuel porte sur le concept d'utilité en univers risqué. Le paradigme le plus largement retenu, reste le concept d'utilité espérée. La mise en évidence de paradoxes expérimentaux a conduit au développement du concept d'utilité anticipée, qui prend en compte une fonction de déformation des probabilités. Ce dernier concept suppose donc l'élicitation par le chercheur de deux fonctions, une fonction d'utilité représentant la réaction du décideur vis à vis du changement d'utilité, et une fonction de transformation des probabilités caractérisant l'attitude du décideur vis à vis du risque. La tâche s'en trouve donc considérablement compliquée, et il reste à mesurer le gain en compréhension gagné par rapport à l'investissement en temps pour l'application d'une telle méthode.

Mais de manière générale, cette approche a d'abord été critiquée dans ses aspects pratiques. Quelque soit le type d'utilité présumée, une estimation des fonctions d'utilité du décideur est nécessaire, ainsi que l'évaluation empirique de son aversion au risque. Des études expérimentales mettent en évidence que les jugements de préférence des individus changent par rapport à certains

aspects tels que le format des questions, le mode de réponses et les facteurs psychologiques. Des enquêtes lourdes, avec des enquêteurs très qualifiés, sont nécessaires. Le type d'enquête demande également une capacité d'introspection de la part du répondant, qu'il n'a pas forcément le temps ou l'envie de consacrer (!). De plus, un certain nombre d'études tendent à montrer que les fonctions individuelles d'utilité, et l'aversion au risque, ne sont pas stables dans le temps, car elle varient avec le statut socio-économique de l'exploitation (Binswanger, 1980; Dillon et Scandizzo, 1978; Moscardi et de Janvry, 1977; Rosenweig et Binswanger, 1993). La méthode semble donc peu praticable pour les petits agriculteurs des PVD (Dillon et Hardaker, 1993; Hazell, 1982).

Par ailleurs, les recommandations (utilisation normative), ou l'explication des comportements (utilisation positive) s'adresse généralement à des grands groupes d'exploitation au sein duquel les fonction d'utilité ne sont sûrement pas identiques. Quelle est la fonction d'utilité qui sera alors retenue?

Ensuite, ces modèles ont été critiqués, non pas tant pour leur validité interne que pour les hypothèses sur lesquelles elles reposent:

(a) Le comportement de l'agriculteur est supposé être celui de maximisation d'une fonction d'utilité sous contraintes techniques. En effet, l'apport du risque par rapport au modèle déterministe est une simple intégration au niveau de la fonction d'utilité, et donc de la frontière d'efficacité, pour prendre en compte le caractère risqué des décisions. Les exploitations de petite taille dans les PVD ne sont-ils pas plus concernés par la survie de leur exploitation, que par une maximisation de leur revenu? Nous retiendrons à ce sujet les propos de Roy: *"Les décisions pratiques sont moins concernées par 'un petit peu plus de ceci ou de cela' produira la plus grande quantité de satisfaction que par l'esquive des obstacles connus mais dont la position est inconnue, ou par la mobilisation de force pour que, si une attaque survient au prochain virage, le désastre complet pourra être évité. Si la survie économique est prise comme donnée, les règles de comportement applicable en monde incertain et cruel ne pourront pas être découvertes"* (Roy, 1952).

(b) De même, le producteur est supposé averse au risque, même si des résultats expérimentaux tendent à montrer une grande diversité dans les comportements.

(c) De plus, le raisonnement en terme de moyenne suppose implicitement que le décideur sera exposé de manière répétitive sous des conditions identiques. Or le décideur moyen prendra une décision pour une question et une situation unique (Roy, 1952).

(d) On suppose enfin que le producteur est capable de décrire les différents états de nature en terme de probabilités, qu'elles soient objectives ou subjectives. Les critiques se portent aussi sur les études qui prennent les probabilités objectives comme substitut aux anticipations (probabilités subjectives) des décideurs dans une utilisation positive des modèles.

La dominance stochastique est bien adaptée pour une analyse de l'efficacité pour un nombre fini de techniques à comparer, i.e. les différentes techniques de la culture X par exemple. On réalise alors une comparaison deux à deux des probabilités de distribution des différentes techniques envisagées. Cependant, dans le cadre de l'exploitation agricole, il existe une quasi infinité de combinaisons de cultures et techniques culturales, parmi lesquelles le décideur doit choisir. De plus, les contraintes de productions classiquement abordées dans les modèles d'exploitation agricole ne peuvent pas être envisagées.

Les méthodes développées récemment tendent à rechercher des ensembles de solutions SSD, tout en gardant la flexibilité des programmes de choix de portefeuilles. La méthode M,G recherche une minimisation de la variabilité du revenu représenté par le coefficient de Gini, la méthode UE Programming utilise une fonction d'utilité dont les caractéristiques permettent de représenter les coefficients d'aversion au risque.

### **Bibliographie du chapitre III**

- Anderson, J.R., J.L. Dillon et J.B. Hardaker (1977). *Agricultural decision analysis*. Iowa State University Press, Ames, USA, pp. 330.
- Baumol, W.J. (1963). An expected gain-confidence limit criterion for portfolio selection. *Management Science* 16 (1) : 174-182.
- Binswanger, H.P. (1980). Attitudes toward risk: experimental measurement in rural India. *American Journal of Agricultural Economics* 62: 395-407.
- Bouzit, A.M. (1995). Apport du modèle d'utilité anticipée à l'analyse de l'attitude des exploitants agricoles face au risque. *Economie Rurale* (227) : 28-33.
- Bouzit, A.M., T. Rieu et P. Rio (1994). Modélisation du comportement des exploitants agricoles tenant compte du risque: application du MOTAD généralisé. *Economie Rurale* (220-221) : 69-73.
- Buccola, S.T. (1986). Testing for nonnormality in farm net returns. *American Journal of Agricultural Economics* 68 (2) : 334-343.
- Buccola, S.T. et A. Subaei (1984). Mean-Gini analysis, stochastic efficiency and weak risk aversion. *Australian Journal of Agricultural Economics* 28 (2/3) : 77-86.
- Chiang, A.C. (1984). *Fundamental methods of mathematical economics*. 3rd Edition/Ed. McGraw-Hill Book Company, pp. 788.
- Dillon, J.L. et J.B. Hardaker (1993). *Farm Management Research for small farmer development*. FAO, Rome, pp. 302.
- Dillon, J.L. et P.L. Scandizzo (1978). Risk attitudes of subsistence farmers in Northeast Brazil: a sampling approach. *American Journal of Agricultural Economics* 60: 425-435.
- Donaldson, A.B., G. Flichman et J.P.G. Webster (1995). Integrating agronomic and economic models for policy analysis at the farm level: the impact of CAP reform in two european regions. *Agricultural Systems* 48: 163-178.
- Fisher, R.A. (1920). A mathematical examination of the methods determining the accuracy of an observation by the mean error, and by the mean square error. *Royal Astronomical Society (Monthly Notes)* 80: 758-769.
- Freund, R.J. (1956). The introduction of risk into a programming model. *Econometrica* 24: 253-263.
- Hadar, J. et W.R. Russell (1969). Rules for ordering uncertain prospects. *American Economic Review* 59: 25-34.
- Hanoch, G. et H. Levy (1969). The efficiency analysis of choices involving risk. *Review of Economic Studies* 36: 335-346.
- Hazell, P.B.R. (1971). A linear alternative to quadratic and semivariance programming for farm planning under uncertainty. *American Journal of Agricultural Economics* 53: 53-62.
- Hazell, P.B.R. (1982). Application of risk preference estimates in firm-household and agricultural sector models. *American Journal of Agricultural Economics* 64 (May 1982) : 384-390.
- Hazell, P.B.R. et R.D. Norton (1986). *Mathematical programming for economic analysis in agriculture*. Macmillan Publishing Company, New York, pp. 400.
- Kahneman, D. et A. Tversky (1979). Prospect theory: an analysis of decision making under risk. *Econometrica* (47) : 263-291.
- Lambert, D.K. et B.A. McCarl (1985). Risk modelling using direct solution of nonlinear approximations of the utility function. *American Journal of Agricultural Economics* 67: 846-852.

- Levy, H. et G. Hanoch (1970). Relative effectiveness of efficiency criteria for portfolio selection. *Journal of Finance and Quantitative Analysis* 5 (1) : 63-76.
- Markowitz, H. (1952). Portfolio selection. *Journal of Finance* 7 (Mar. 1952) : 77-91.
- McSweeney, W.T., D.E. Kenyon et R.A. Kramer (1987). Toward an appropriate measure of uncertainty in a risk programming model. *American Journal of Agricultural Economics* 69 (1) : 87-96.
- Moscardi, E. et A. de Janvry (1977). Attitudes toward risk among peasants: an econometric approach. *American Journal of Agricultural Economics* 59: 710-716.
- Munier, B. (1989). Calcul économique et révision de la théorie de la décision en avenir risqué. *Revue d'Economie Politique* 99 (2) : 276-306.
- Okunev, J. et J.L. Dillon (1988). A linear programming for determining Mean-Gini efficient farm plans. *Agricultural Economics* 2: 273-285.
- Porter, R.B. (1974). Semivariance and stochastic dominance: a comparison. *American Economic Review* 64: 200-204.
- Pratt, J.W. (1964). Risk aversion in the small and in the large. *Econometrica* 32 (1-2) : 122-136.
- Quiggin, J. (1982). A theory of anticipated utility. *Journal of economic behavior and organisation* 3: 323-343.
- Rosenweig, M.R. et H.P. Binswanger (1993). Wealth, weather risk and the composition and profitability of agricultural investments. *The Economic Journal* 103: 36-78.
- Roy, A.D. (1952). Safety first and the holding of assets. *Econometrica* 20: 431-449.
- Shalit, H. (1995). Mean-Gini analysis of stochastic externalities: the case of groundwater contamination. *Environmental and Resource Economics* 6: 37-52.
- Tauer, L.W. (1983). Target MOTAD. *American Journal of Agricultural Economics* 65: 606-610.
- Wicks, J.A. et W.B. Guise (1978). An alternative solution to linear programming problems with stochastic input-output coefficients. *Australian Journal of Agricultural Economics* 22 (1) : 22-40.
- Yitzhaki, S. (1982). Stochastic dominance, mean variance, and Gini's mean difference. *American Economic Review* 72 (1) : 178-185.

### **Bibliographie du chapitre III**

- Anderson, J.R., J.L. Dillon et J.B. Hardaker (1977). *Agricultural decision analysis*. Iowa State University Press, Ames, USA, pp. 330.
- Baumol, W.J. (1963). An expected gain-confidence limit criterion for portfolio selection. *Management Science* 16 (1) : 174-182.
- Binswanger, H.P. (1980). Attitudes toward risk: experimental measurement in rural India. *American Journal of Agricultural Economics* 62: 395-407.
- Bouzit, A.M. (1995). Apport du modèle d'utilité anticipée à l'analyse de l'attitude des exploitants agricoles face au risque. *Economie Rurale* (227) : 28-33.
- Bouzit, A.M., T. Rieu et P. Rio (1994). Modélisation du comportement des exploitants agricoles tenant compte du risque: application du MOTAD généralisé. *Economie Rurale* (220-221) : 69-73.
- Buccola, S.T. (1986). Testing for nonnormality in farm net returns. *American Journal of Agricultural Economics* 68 (2) : 334-343.
- Buccola, S.T. et A. Subaei (1984). Mean-Gini analysis, stochastic efficiency and weak risk aversion. *Australian Journal of Agricultural Economics* 28 (2/3) : 77-86.
- Chiang, A.C. (1984). *Fundamental methods of mathematical economics*. 3rd Edition/Ed. McGraw-Hill Book Company, pp. 788.
- Dillon, J.L. et J.B. Hardaker (1993). *Farm Management Research for small farmer development*. FAO, Rome, pp. 302.
- Dillon, J.L. et P.L. Scandizzo (1978). Risk attitudes of subsistence farmers in Northeast Brazil: a sampling approach. *American Journal of Agricultural Economics* 60: 425-435.
- Donaldson, A.B., G. Flichman et J.P.G. Webster (1995). Integrating agronomic and economic models for policy analysis at the farm level: the impact of CAP reform in two european regions. *Agricultural Systems* 48: 163-178.
- Fisher, R.A. (1920). A mathematical examination of the methods determining the accuracy of an observation by the mean error, and by the mean square error. *Royal Astronomical Society (Monthly Notes)* 80: 758-769.
- Freund, R.J. (1956). The introduction of risk into a programming model. *Econometrica* 24: 253-263.
- Hadar, J. et W.R. Russell (1969). Rules for ordering uncertain prospects. *American Economic Review* 59: 25-34.
- Hanoch, G. et H. Levy (1969). The efficiency analysis of choices involving risk. *Review of Economic Studies* 36: 335-346.
- Hazell, P.B.R. (1971). A linear alternative to quadratic and semivariance programming for farm planning under uncertainty. *American Journal of Agricultural Economics* 53: 53-62.
- Hazell, P.B.R. (1982). Application of risk preference estimates in firm-household and agricultural sector models. *American Journal of Agricultural Economics* 64 (May 1982) : 384-390.
- Hazell, P.B.R. et R.D. Norton (1986). *Mathematical programming for economic analysis in agriculture*. Macmillan Publishing Company, New York, pp. 400.
- Kahneman, D. et A. Tversky (1979). Prospect theory: an analysis of decision making under risk. *Econometrica* (47) : 263-291.

- Lambert, D.K. et B.A. McCarl (1985). Risk modelling using direct solution of nonlinear approximations of the utility function. *American Journal of Agricultural Economics* 67: 846-852.
- Levy, H. et G. Hanoch (1970). Relative effectiveness of efficiency criteria for portfolio selection. *Journal of Finance and Quantitative Analysis* 5 (1) : 63-76.
- Markowitz, H. (1952). Portfolio selection. *Journal of Finance* 7 (Mar. 1952) : 77-91.
- McSweeney, W.T., D.E. Kenyon et R.A. Kramer (1987). Toward an appropriate measure of uncertainty in a risk programming model. *American Journal of Agricultural Economics* 69 (1) : 87-96.
- Moscardi, E. et A. de Janvry (1977). Attitudes toward risk among peasants: an econometric approach. *American Journal of Agricultural Economics* 59: 710-716.
- Munier, B. (1989). Calcul économique et révision de la théorie de la décision en avenir risqué. *Revue d'Economie Politique* 99 (2) : 276-306.
- Okunev, J. et J.L. Dillon (1988). A linear programming for determining Mean-Gini efficient farm plans. *Agricultural Economics* 2: 273-285.
- Porter, R.B. (1974). Semivariance and stochastic dominance: a comparison. *American Economic Review* 64: 200-204.
- Pratt, J.W. (1964). Risk aversion in the small and in the large. *Econometrica* 32 (1-2) : 122-136.
- Quiggin, J. (1982). A theory of anticipated utility. *Journal of economic behavior and organisation* 3: 323-343.
- Rosenweig, M.R. et H.P. Binswanger (1993). Wealth, weather risk and the composition and profitability of agricultural investments. *The Economic Journal* 103: 36-78.
- Roy, A.D. (1952). Safety first and the holding of assets. *Econometrica* 20: 431-449.
- Shalit, H. (1995). Mean-Gini analysis of stochastic externalities: the case of groundwater contamination. *Environmental and Resource Economics* 6: 37-52.
- Tauer, L.W. (1983). Target MOTAD. *American Journal of Agricultural Economics* 65: 606-610.
- Wicks, J.A. et W.B. Guise (1978). An alternative solution to linear programming problems with stochastic input-output coefficients. *Australian Journal of Agricultural Economics* 22 (1) : 22-40.
- Yitzhaki, S. (1982). Stochastic dominance, mean variance, and Gini's mean difference. *American Economic Review* 72 (1) : 178-185.

## Chapitre IV: Les modèles avec contrainte de sécurité ou ‘Safety-First’

### I. Introduction

Dans ce type de modèle, on change de perspective. L'objectif n'est plus de maximiser l'utilité du décideur tout en cherchant à minimiser une mesure appropriée de la variabilité, mais plutôt d'assurer à l'agriculteur un revenu minimum, qui lui permette de faire face à ses coûts fixes, et faire vivre sa famille.

Ce risque est en général exprimé par une contrainte sur la probabilité d'obtenir un revenu minimum du type:

$$Prob(Y_t \leq Y_0) \leq \beta \quad (1)$$

Roy cherche à minimiser la probabilité  $\beta$  (§ II). Telser décompose la décision en deux étapes: élimination des alternatives ne permettant pas d'obtenir un revenu minimum avec une probabilité  $\beta$ , et sélection de l'alternative parmi celles qui restent qui maximise le revenu (§ III). Kataoka propose de maximiser le revenu minimum  $Y_0$ , pour une probabilité  $\beta$  fixée (§ III). Low donne une valeur nulle à  $\beta$  (§ IV). Tauer “linéarise” le problème en fixant une valeur maximale aux déviations négatives par rapport au revenu minimal (§ V). Atwood suggère une généralisation par l'utilisation des moments partiels pour estimer ces probabilités, même quand on ne dispose pas d'estimation empiriques des lois de distribution des différentes alternatives (§ VI).

### II. Le principe de sécurité de Roy

On recherche le plan d'organisation qui minimise la probabilité que le revenu global tombe au dessous d'un certain niveau, déterminé comme le niveau de survie de l'exploitation (Roy, 1952). La fonction objectif se présente donc sous la forme:

$$\text{Minimiser } Prob(Y_t \leq Y_0) \quad (2)$$

$Y_0$  étant le revenu minimal déterminé de manière exogène. Pour cela, il fait appel à l'inégalité de Bienaymé-Tchebycheff:

$$Prob(|Y - E(Y)| \geq E(Y) - Y_0) \leq \frac{V}{(E(Y) - Y_0)^2} \quad (3)$$

donc, a fortiori:

$$Prob(E(Y) - Y \geq E(Y) - Y_0) = Prob(Y \leq Y_0) \leq \frac{V}{(E(Y) - Y_0)^2} \quad (4)$$

Si on cherche à minimiser la probabilité de ruine, on cherche donc à maximiser la valeur:

$$\frac{E(Y) - Y_0}{\sigma}$$

Tout en étant séduisante intuitivement, cette approche est difficile d'intégration dans un modèle de programmation mathématique, sauf si l'on considère des distributions de probabilités normales. On doit donc supposer une distribution normale pour les revenus de chaque activités, ce qui n'est pas forcément vérifié empiriquement (Buccola, 1986).

### III. Le 'safety fixed rule'

Selon ce critère, le décideur cherche le portefeuille qui maximise le revenu moyen, tout en préservant la probabilité d'obtenir un revenu minimum fixé au dessous d'un niveau fixé (Telser, 1955). Ce qui se formule comme:

$$\text{Maximiser } Y = \sum_{j=1}^J \bar{c}_j \cdot X_j \quad (6)$$

$$\text{Prob} \left( \sum_{j=1}^J c_{jt} \cdot X_j \leq Y_0 \right) \leq p_0 \quad (7)$$

En faisant l'hypothèse d'une distribution normale (Gaussienne) des revenus de variance  $V$ , on transforme la contrainte (7) en :

$$\sum_{j=1}^J c_{jt} \cdot X_j - Y_0 > T(p_0) \cdot \sqrt{V} \quad (8)$$

avec  $T(p_0)$  la valeur qui a la probabilité  $p_0$  d'être dépassée par une variable aléatoire de la loi normale centrée réduite. Le choix de la valeur  $p_0$  représente alors le degré de risque que le décideur est prêt à prendre. Là encore, on est rapidement limité à des distributions normales des revenus des activités. Ce qui, dans certaines applications peut être contraignant.

Il a été repris en remplaçant l'objectif de maximisation de l'espérance de revenu par un objectif de maximisation du revenu minimum  $Y_0$  pour une probabilité  $p_0$  fixée, et en gardant la contrainte (7) (Kataoka, 1963).

### IV. Le 'safety first' de Low

Il s'agit d'une modification sensible du modèle de maxi-min (cf. infra). On cherche ici le plan qui maximise le revenu espéré et qui permet, quel que soit l'état de nature, d'assurer un revenu minimum  $Y_0$  déterminé de manière exogène, les autres contraintes restant les mêmes.

$$\text{Maximiser } E = \sum_{j=1}^J \bar{c}_j \cdot X_j \quad (9)$$

sous contrainte de:

$$\sum_{j=1}^J c_{jt} \cdot X_j \geq Y_0 \quad \forall t = 1 \dots T \quad (10)$$

On ne cherche donc plus à minimiser un écart par rapport à la moyenne, mais bien à obtenir un revenu minimal quelque soit l'état de nature. Il présuppose une aversion totale au risque en deçà d'une valeur seuil. Cependant, si le revenu minimal demandé est trop important en proportion du revenu espéré, la contrainte de revenu est probablement difficile à satisfaire pour tous les états de nature. De même, dans une situation de risque important, le revenu minimum désiré ne permettra pas forcément d'obtenir une solution à l'ensemble des contraintes.

En transformant cette contrainte en objectif, et en autorisant des écarts par rapport à l'objectif fixé, on obtient des modèles plus souples, et certainement plus proche du fonctionnement des entreprises agricoles. C'est ce qui est proposé avec le 'target MOTAD' (Tauer, 1983).

## V. Target MOTAD

### A. Présentation

$$\text{Maximiser } E = \sum \bar{c}_j \cdot X_j \quad (11)$$

sous les contraintes:

$$Y_0 - \sum c_{jt} \cdot X_j - DEV_t^- \leq 0, \quad \forall t = 1 \dots T \quad (12)$$

$$\sum p_t \cdot DEV_t^- \leq \lambda_{ECO} \quad (13)$$

Les autres contraintes de production restant identiques, et avec les notations habituelles:

- t les indices des états de nature
- $Y_0$  le revenu minimal recherché (exogène)
- $DEV_t^-$  les écarts négatifs par rapport au revenu minimal (endogène). DEV est un nombre

	positif par définition.
$p_t$	les probabilités associées aux différents états de nature
$\lambda_{ECO}$	un paramètre, qui détermine la baisse maximale acceptable en dessous du revenu minimum.

En paramétrant  $\lambda_{ECO}$ , on obtient un ensemble de solutions efficaces, qui pour le niveau de risque accepté maximise le revenu de l'exploitation.

L'exemple habituel est repris et commenté en Annexe 6.

### C. Conclusions sur le Target MOTAD

La méthode du target MOTAD présente l'avantage que les solutions sont efficaces stochastiquement pour les décideurs qui sont averses au risque. En cela, elle est supérieure aux méthodes E,V et MOTAD. Elle est d'ailleurs assez largement utilisée (Flichman et Jourdain, 1996; Jha, 1995; Jourdain, 1995; Jourdain, 1996; Maleka, 1993; Misra et Spurlock, 1991; Novak *et al.*, 1990; Teague *et al.*, 1995) pour ne prendre que quelques exemples.

Mais elle nécessite la détermination exogène de deux valeurs: l'objectif revenu minimal  $Y_0$ , et la somme pondérée des déviations autorisées  $\lambda_{ECO}$ . On peut contourner le problème, en paramétrant ces deux données, et en générant des ensembles de solutions efficaces. De plus, l'ensemble des solutions obtenues n'est qu'un sous-ensemble des solutions efficaces pour les décideurs averses au risque.

Un désavantage de la méthode target-MOTAD est de s'appuyer sur deux paramètres exogènes: le revenu minimum recherché, et le degré de complaisance vis à vis de cette contrainte. Une conséquence immédiate, est que la représentation condensée des solutions efficaces se fait généralement par un ensemble de courbes où la somme des déviations est représentée en abscisses (à partir de différents niveaux), et le revenu espéré en ordonnée. Pour une meilleure représentation des résultats, on peut calculer les déviations négatives par rapport à une référence commune, fixée par le modélisateur. Ceci fait l'objet du modèle mean-PAD développé dans le chapitre des méthodes multi-objectifs.

## VI. Généralisation: utilisation des moments partiels

Les moments partiels ont tout d'abord été étudiés pour leur relation avec l'efficacité stochastique. Porter démontra tout d'abord que la semi-variance par rapport à un objectif fixe permet d'obtenir un sous-ensemble des solutions SSD efficaces (Porter, 1974). Fishburn présente ensuite une généralisation des moments partiels sous la forme (Fishburn, 1977):

$$\rho(\alpha, t) = \int_{-\infty}^t (t-x)^\alpha \cdot f(x) dx \quad (14)$$

Il montre en outre, qu'un modèle qui examine les tradeoffs entre la moyenne et le moment  $\rho$ , permet de générer un sous-ensemble des solutions SSD efficaces si  $\alpha \geq 1$ , et un sous-ensemble des solutions efficaces par la dominance stochastique du troisième degré si  $\alpha \geq 2$ .

Le même concept de moment partiel est ensuite utilisé pour modéliser un comportement de respect de contrainte de sécurité (Atwood, 1985; Atwood *et al.*, 1988).

Atwood a démontré que:

$$Prob(X < g) = Prob(X < t - p \cdot \theta(\alpha, t)) \leq (1/p)^\alpha$$

avec

$$\theta(\alpha, t) = [\rho(\alpha, t)]^{1/\alpha}$$

où

- g un niveau de revenu 'plancher'= contrainte de sécurité
- t un niveau de référence de revenu à partir duquel sont mesurées les déviations négatives ( $t > g$ )
- p une constante ( $p > 0$ )
- $\alpha$  un entier ( $\alpha > 0$ )

Cette dernière inéquation de Atwood, permet d'obtenir des limites de probabilités moins "larges" qu'avec l'utilisation de l'inégalité de Bienaymé-Tchebichev.

Quand  $\alpha = 1$ , un modèle de target MOTAD permet de calculer aisément la valeur de  $\rho(1, t) = \theta(1, t)$  = la somme des déviations négatives par rapport au niveau de référence t. A chaque niveau de revenu espéré paramétré, on peut donc associer une limite supérieure de probabilité de ne pas obtenir le niveau g de revenu.

L'utilisation des moments partiels permet donc de généraliser les approches de Roy (1952), Kataoka (1963), Telser (1955), Tauer (1983) et de (Watts *et al.*, 1984).

## VII. Conclusions sur les modèles avec contrainte de sécurité

Les modèles avec contraintes de sécurité tentent de reproduire un comportement du décideur dans un univers où la ruine de l'exploitation est possible. Le premier objectif, dans ces conditions, est de conduire l'entreprise de telle sorte qu'elle puisse affronter les états de nature les plus défavorables. En ce sens, elles apparaissent plus proches du monde réel.

Les trois premiers modèles présentés ont été remis en cause par Binswanger, car en contradiction avec ses résultats expérimentaux (Binswanger, 1981). Il montre que la seule manière d'obtenir des résultats consistants avec les résultats expérimentaux, est de considérer l'ensemble du revenu du décideur (raisonnement en terme de revenu, plutôt qu'en terme de gains/pertes), ce qui présuppose la connaissance des objectifs en terme de fortune du décideur, ainsi que les distributions de revenu initiales. Ce qui, *a priori*, n'apparaît pas plus simple que la révélation d'une fonction d'utilité.

De plus, les critères développés ne sont pas toujours compatibles avec la théorie de l'utilité espérée. Les critères de Telser et de Kataoka ne doivent pas *a priori* respecter les axiomes d'indépendance et de continuité.

Parmi les différentes méthodes présentées ici, le target MOTAD est celle qui apparaît la plus utilisée, et la plus facilement formalisable.

## Bibliographie du chapitre IV

- Atwood, J. (1985). Demonstration of the use of lower partial moments to improve safety-first probability limits. *American Journal of Agricultural Economics* **67**: 787-793.
- Atwood, J.A., M.J. Watts et G.A. Helmers (1988). Chance-constrained financing as a response to financial risk. *American Journal of Agricultural Economics* **70**: 79-89.
- Binswanger, H.P. (1981). Attitudes toward risk: theoretical implication of an experiment in rural India. *The Economic Journal* **91** (December) : 867-890.
- Buccola, S.T. (1986). Testing for nonnormality in farm net returns. *American Journal of Agricultural Economics* **68** (2) : 334-343.
- Fishburn, P.C. (1977). Mean-risk analysis with risk associated with below-target returns. *American Economic Review* **67** (2) : 116-126.
- Flichman, G. et D. Jourdain (1996). Economic policy and water pollution. *In* "Symposium of the International Association of Agricultural Economists: Economics of Agro-chemicals", Wageningen, Netherlands.
- Jha, B.K. (1995). Trade-off between return and risk in farm planning: MOTAD and target MOTAD approach. *Indian Journal of Agricultural Economics* **50** (2) : 193-199.
- Jourdain, D.J. (1995). Utilisation des modèles bio-économiques pour l'analyse des stratégies de protection des plantes: faisabilité, problèmes théoriques, Documents de travail 6-95. CIRAD-CA, Montpellier.
- Jourdain, D.J. (1996). Tradeoffs between environmental and economic impact of agricultural policies: application to agricultural inputs. *In* "Conference on integrating environmental assessment and socio-economic appraisal in the development process", Bradford, England.
- Kataoka, S. (1963). Stochastic programming model. *Econometrica* **31** (1-2) : 181-196.
- Maleka, P. (1993). An application of target MOTAD model to crop production in Zambia: Gwembe Valley as a case study. *Agricultural Economics* **9**: 15-35.
- Misra, S.K. et S.R. Spurlock (1991). Incorporating the impacts of uncertain fieldwork time on whole-farm risk-return levels: a target MOTAD approach. *Southern Journal of Agricultural Economics*: 9 - 17.
- Novak, J.L., C.C. Mitchell et J.R. Crews (1990). Risk and sustainable agriculture: a target MOTAD analysis of the 92-year 'old rotation'. *Southern Journal of Agricultural Economics*: 145-153.
- Porter, R.B. (1974). Semivariance and stochastic dominance: a comparison. *American Economic Review* **64**: 200-204.
- Roy, A.D. (1952). Safety first and the holding of assets. *Econometrica* **20**: 431-449.
- Tauer, L.W. (1983). Target MOTAD. *American Journal of Agricultural Economics* **65**: 606-610.
- Teague, M.L., D.J. Bernardo et H.P. Mapp (1995). Farm-level economic analysis incorporating stochastic environmental risk assessment. *American Journal of Agricultural Economics* **77**: 8-19.
- Telser, L. (1955). Safety first and hedging. *Review of Economic Studies* **23** (1) : 1-16.
- Watts, M.J., L.J. Held et G.A. Helmers (1984). A comparison of target MOTAD to MOTAD. *Canadian Journal of Agricultural Economics* **32** (March 1984) : 175-185.

## Chapitre V: Les méthodes inspirées de la théorie des jeux

Dans les méthodes présentées précédemment, on suppose que le décideur est capable d'énumérer de manière exhaustive les différents états de nature, et *de plus* connaît de manière objective, ou intuitive leurs probabilités d'apparition. Le deuxième ensemble de méthodes, inspirées de la théorie des jeux, questionne cette connaissance des probabilités, ou le fait que le décideur raisonne en terme de probabilités. Elle présuppose donc un univers incertain au sens de Knight. Tous les risques rencontrés par l'agriculteur sont synthétisés dans un "état de nature" composite. La nature est alors considérée comme un opposant, dans un jeu à deux personnes, à somme nulle, qui pourra de manière aléatoire déjouer les plans d'optimisation de l'agriculteur.

Les méthodes inspirées de la théorie des jeux n'utilisent pas d'information sur la fréquence d'apparition des différents états de nature, mais elles nécessitent leur énumération exhaustive. Elles peuvent donc, *a priori*, sembler manquer d'information sur la nature des interactions (variance/covariance) entre les différentes cultures. En fait, cette information est incluse de manière implicite si l'on décrit bien, et de manière exclusive, tous les états de nature. En ce sens, la solution qui consisterait à décrire un état de nature combinant les marges les plus basses pour toutes les cultures peut conduire à des conclusions erronées.

Plusieurs types de modèles sont rencontrés, correspondant aux diverses hypothèses sur le comportement de l'agriculteur vis à vis du risque: (a) le critère de Hurwicz-alpha, (b) le maxi-max, (c) le maxi-min, et (d) le mini-max regret.

### I. Le critère de Hurwicz-alpha

Dans le cadre d'une comparaison d'activités, le critère de Hurwicz  $H_{\alpha j}$  pondère les limites inférieures  $\min_j$  (résultat le plus pessimiste) et supérieures  $\text{Max}_j$  (résultat le plus optimiste) des activités  $j$  par leurs poids respectifs calculés par l'équation:

$$H_{\alpha j} = \alpha \cdot \min_j + (1 - \alpha) \cdot \text{Max}_j \quad (1)$$

$\alpha$  représente dans cette méthode un paramètre d'optimisme/pessimisme du décideur compris entre 0 et 1. L'activité  $i$  qui maximise  $H_{\alpha}$  est retenue.

Dans le cadre d'une sélection de portefeuille d'activités, on remplace les marges brutes moyennes de la fonction objectif par les coefficients de Hurwicz déterminés par les équations (1) (McInerney, 1969):

$$\text{Maximiser } \sum H_{\alpha j} \cdot X_j \quad (2)$$

Tout le problème réside dans la détermination empirique de  $\alpha$ . On peut également paramétrer  $\alpha$ , pour obtenir une frontière  $E, \alpha$ .

### II. Le Maxi-Max

Le choix du décideur se portera sur la meilleure année (maxi) parmi les résultats les plus forts (max). Il représente le choix des agriculteurs ultra-optimistes, qui n'ont aucunes considérations de risques dans leurs choix. Ce critère est donc mentionné pour mémoire, mais ne semble pas correspondre à un critère objectif réaliste de décision des agriculteurs.

### III. Le Maxi-Min

#### A. Présentation

Le "maxi-min" part du principe que, quel que soit le choix effectué par l'agriculteur, la nature produira le résultat le plus défavorable de ce plan. Dans ces conditions, l'agriculteur choisira le plan qui prend le meilleur (maxi) résultat parmi les résultats les plus faibles (min) (McInerney, 1967; McInerney, 1969). Ce modèle pourra correspondre d'une certaine manière au comportement d'aversion totale au risque.

#### B. Formalisation

On cherche à maximiser "le plus mauvais résultat"  $M$  qui est inconnu, ce qui se formule mathématiquement en reprenant nos notations habituelles.

$$\text{Maximiser } M \quad (3)$$

sachant que

$$\sum c_{jt} \cdot X_t \geq M \quad \forall t = 1 \dots T \quad (4)$$

Nous reprenons le même exemple, mais cette fois traité par la méthode du maxi-min. La programmation mathématique a été réalisée en LINGO, et les programmes mis en Annexe 4.

En paramétrant le revenu minimal recherché, on peut obtenir deux types d'informations. La première tient à l'évolution des surfaces cultivées des différentes cultures envisagées. On peut également, en paramétrant le revenu espéré, tracer la frontière d'efficacité qui caractérise le trade-off entre revenu espéré paramétré, et le maximin (Hazell, 1970 ; Kawaguchi et Murayama, 1972). Cette courbe est concave et l'on note immédiatement que les solutions à gauche de l'optimum sont dominées, car on il est possible d'obtenir un revenu espéré plus important, pour un niveau de risque égal. On ne retiendra donc que les solutions à droite de l'optimum. Sur cette portion de courbe, on voit qu'une augmentation dans le niveau paramétré d'espérance de revenu s'obtient au prix d'un plus grand risque (maxi-min plus faible).

#### C. Avantages / inconvénients

Ce modèle suppose donc l'identification d'un nombre fini d'états de nature, ce qui suppose l'existence de données chronologiques, ou une identification par les agriculteurs des différents états de nature, mais il ne suppose pas une évaluation de leur probabilités d'apparition. Il est donc moins contraignant que les modèles reposant sur le concept d'utilité.

Par ailleurs, l'idée de "minimiser les dégâts" dans les situations extrêmes peut représenter mieux la situation des agriculteurs de petites tailles des pays en développement, qui ne peuvent se permettre une mauvaise année. Cependant le critère est très conservateur, et conduit à des résultats en moyenne très faibles, pour éviter les problèmes d'une mauvaise année même si elle n'apparaît que très rarement. Cette méthode semble donc être aussi radicale, que le 'comportement d'optimisation' supposé de l'agriculteur. Pour être plus opératoire, on peut paramétrer le niveau de revenu envisagé. On obtient alors un ensemble de solutions efficaces  $E, M$ . On choisit alors le plan correspondant le mieux aux aspirations de l'agriculteur.

#### IV. Généralisation du concept: 'Ordered Weighted Averaging operators'

Un OWA de dimension  $n$  est une relation  $f$  de  $\mathbb{R}^n$  vers  $\mathbb{R}$ , associé à un vecteur colonne<sup>1</sup>  $W$  de poids  $w_j$ , tel que  $\sum_i w_i = 1$ , et  $w_i \in [0,1]$ , qui à tout vecteur ligne  $(a_1, a_2, \dots, a_n)$  associe une valeur  $\sum_j w_j b_j$ , où  $b_j$  est la  $j$ ème plus grande valeur de l'ensemble  $(a_1, \dots, a_n)$ . On ordonne donc le vecteur  $(a_1, \dots, a_n)$  par une transformation en un vecteur  $(b_1, \dots, b_n)$  où  $b_1 > b_2 > \dots > b_n$ . Les poids  $w_j$  sont donc associés, non pas aux valeurs, mais au rang des valeurs (Somme pondérée des valeurs rangées). Cette relation permet de généraliser sous un format unique les modèles présentés précédemment. En effet, le vecteur  $W = (1, 0, 0, \dots, 0)^T$  permet de formaliser le maxi-max,  $W = (0, 0, \dots, 0, 1)^T$  le maxi-min, et  $W = (\alpha, 0, 0, 0, \dots, 0, 1 - \alpha)^T$  le critère de Hurwicz. De même,  $W = (1/n, 1/n, \dots, 1/n)^T$  représente l'approche normative.

Par exemple, soit  $F$  le OWA de dimension 4 associé au vecteur  $W = (0.6, 0.2, 0.1, 0)^T$ , et soit  $G$  associé avec  $W = (0.25, 0.25, 0.25, 0.25)^T$ .

On obtient  $F(10, 12, 5, 30) = 0.6 \times 30 + 0.2 \times 12 + 0.1 \times 10 + 0 \times 5 = 21.4$

$G(10, 12, 5, 30) = \text{Espérance de gain} = 14.25$

Le décideur modifie les probabilités des événements pour refléter son degré d'optimisme. Après classement des différentes alternatives par une transformation  $T: (a_{i1}, a_{i2}, \dots, a_{in}) \rightarrow (b_{i1}, b_{i2}, \dots, b_{in})$  telle que  $b_{i1} > b_{i2} > \dots > b_{in}$ . Si on applique la même transformation aux probabilités associées, on obtient les probabilités  $\bar{p}_{i1}, \bar{p}_{i2}, \dots, \bar{p}_{in}$  qui ne sont pas ordonnées. On transforme alors ces probabilités  $\bar{p}_i$  en probabilités  $\hat{p}$  :

$$\hat{p}_{ij} = \frac{w_j \cdot \bar{p}_{ij}}{\sum_{k=1}^n w_k \cdot \bar{p}_{ik}}$$

On utilise ces nouvelles probabilités pour obtenir l'espérance de gain:

$$\hat{D}_i = \sum_{j=1}^n \hat{p}_{ij} \cdot b_{ij} = \frac{\sum_{j=1}^n w_j \cdot \bar{p}_{ij} \cdot b_{ij}}{\sum_{j=1}^n w_j \cdot \bar{p}_{ij}}$$

Cette modification des probabilités a pour effet d'augmenter la probabilité d'apparition des résultats les meilleurs, et de diminuer les résultats les moins bons, si le décideur est optimiste, et l'inverse si le décideur est pessimiste.

Ce modèle généralise donc les critères obtenus, sous hypothèse d'incertitude, et permet également d'intégrer la possibilité de déformer les probabilités d'apparition des états de nature quand on fait l'hypothèse d'une situation risquée. Le degré d'optimisme est donc représenté par cette déformation des probabilités par le vecteur colonne  $W$ . On suit alors la même idée que dans le cas de l'utilité anticipée, mais dans le cadre de la théorie des jeux. Il reste cependant la difficile tâche de déterminer le vecteur  $W$ .

Une première méthode part du principe que le décideur est capable de donner son degré

---

<sup>1</sup> Pour des raisons de mise en page, les vecteurs colonnes seront notés ici sous la forme:  $(x, x, \dots, x)^T$ : transposée du vecteur ligne.

d'optimisme. (Yager, 1988) définit alors un coefficient d'optimisme (orness measure):

$$\Omega = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (n-i) \cdot w_i$$

Il introduit également la mesure de dispersion, ou d'entropie associée au vecteur W par

$$Disp(W) = -\sum_{i=1}^n w_i \cdot \ln w_i$$

Ce coefficient représente la quantité d'information utilisée dans une aggregation réalisée avec le vecteur W. Une méthode pour déterminer le vecteur W quand on connaît le degré d'optimisme, et de maximiser l'entropie, pour un degré d'optimisme fixé. Ce qui peut se calculer à l'aide de l'ensemble des équations:

$$Max -\sum_{i=1}^n w_i \cdot \ln w_i$$

$$\Omega = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (n-i) \cdot w_i$$

$$\sum_{i=1}^n w_i = 1$$

$$0 \leq w_i \leq 1 \quad \forall i = 1, \dots, n$$

(Engemann *et al.*, 1996) proposent une méthode alternative basée sur l'observation de décisions antérieures, qui consiste à minimiser le carré des écarts entre la décision observée, et la décision prise à l'aide des coefficients  $w_i$  à déterminer.

## V. Le mini-max regret (de Savage)

### A. Présentation

L'hypothèse est ici que l'agriculteur cherche à minimiser son regret, quand après avoir pris une décision, il peut comparer son résultat *ex-post* avec ce qu'il aurait pu obtenir s'il avait pu prédire correctement l'état de nature.

On calcule tout d'abord pour chaque état de nature la solution optimale. On mesure alors le résultat obtenu par le plan choisi. La différence entre ces deux valeurs donne pour chaque état de nature

la valeur du regret. On cherche alors le plan qui **minimisera** (mini) la **plus grande** valeur du regret (max) de tous les états de nature (Hazell, 1970; Hazell et Norton, 1986).

### B. Formalisation

Si l'état de nature  $t$  va prévaloir, et si l'agriculteur pouvait anticiper cet état de fait, il optimiserait son plan d'organisation en fonction des données de marge brutes de cet état de nature. On notera le résultat d'exploitation obtenu  $Y^*$ . On définit alors le regret comme la différence entre le revenu optimal  $Y^*$ , et le revenu effectivement obtenu par l'agriculteur. On cherche alors le plan d'organisation qui minimisera ce regret:

$$\text{Minimiser } REGRET \quad (13)$$

$$Y_t^* - \sum_j c_{jt} \cdot X_j \leq REGRET \quad \forall t = 1 \dots T \quad (14)$$

Comme dans le cas du maxi-min, on peut paramétrer le niveau de revenu moyen espéré de l'exploitation.

$$\sum_j \bar{c}_j X_j = \lambda \quad (15)$$

L'ensemble des solutions E, REGRET constitue l'ensemble des solutions efficientes.

Notre exemple traité par la méthode du mini-max, et sa programmation mathématique en LINGO sont mis en Annexe 5.

## VI. Conclusions sur les méthodes inspirées de la théorie des jeux

Les méthodes présentées ici sont attractives car elles nécessitent moins d'information que les modèles reposant sur les fonctions d'utilité mais elles ne font pas l'unanimité (Dillon, 1962). Elle ne demandent pas d'information sur les fréquences d'apparition des différents états de nature, mais une énumération exhaustive et réaliste des différents états de nature possible. Cette énumération demande cependant une grande attention, et une méthode qui consisterait à combiner les résultats les plus mauvais pour toutes les activités considérées sous un même état de nature, conduirait à une utilisation erronée.

Par ailleurs, le type de comportement présumé des agriculteurs semble être plus réaliste que le simple comportement de maximisation d'une fonction d'utilité sous contrainte. De plus, elle ne comporte pas d'estimations périlleuses des fonctions d'utilité, et des coefficients d'aversion au risque.

On leur reproche, cependant, l'obtention de solutions extrêmes: aversion totale au risque (maxi-min), ou optimisme résolu (maxi-max). De plus, du fait de l'approche non probabiliste, on donne implicitement un poids plus important qu'il ne faudrait aux événements rares, et défavorables. On se rapproche alors du comportement pessimiste détecté dans les théories-basées sur l'utilité anticipée. Les approches du mini-max, et du maxi-min sont séduisantes pour l'études des agricultures semi-commerciales de petites tailles des pays en développement, pour lesquels un comportement d'optimisation semble être loin de la réalité quotidienne.

On leur reproche, cependant, l'obtention de solutions extrêmes: aversion totale au risque (maxi-min), ou optimisme résolu (maxi-max). De plus, du fait de l'approche non probabiliste, on donne implicitement un poids plus important qu'il ne faudrait aux événements rares, et défavorables. On se rapproche alors du comportement pessimiste détecté dans les théories basées sur l'utilité anticipée. Les approches du mini-max, et du maxi-min sont séduisantes pour l'études des agricultures semi-commerciales de petites tailles des pays en développement, pour lesquels un comportement d'optimisation semble être loin de la réalité quotidienne.

## **Bibliographie du chapitre V**

- Dillon, J.L. (1962). Applications of game theory in agricultural economics: review and requiem. *Australian Journal of Agricultural Economics* **6** (2) : 20-35.
- Engemann, K.J., D.P. Filev et R.R. Yager (1996). Modelling decision making using immediate probabilities. *International Journal of General Systems* **24** (3) : 281-294.
- Hazell, P.B. (1970). Game theory: an extension of its application to farm planning under uncertainty. *Journal of Agricultural Economics* **21**: 239-252.
- Hazell, P.B.R. et R.D. Norton (1986). *Mathematical programming for economic analysis in agriculture*. Macmillan Publishing Company, New York, pp. 400.
- Kawaguchi, T. et Y. Murayama (1972). Generalized constrained games in farm planning. *American Journal of Agricultural Economics* **54**: 591-602.
- McInerney, J.P. (1967). Maximin programming: an approach to farm programming under uncertainty. *Journal of Agricultural Economics* **18**: 279-289.
- McInerney, J.P. (1969). Linear programming and game theory models: some extensions. *Journal of Agricultural Economics* **20**: 269-278.
- Yager, R.R. (1988). On ordered weighted averaging aggregation operators in multi-criteria decision making. *IEEE Transactions on systems, man and cybernetics* **18**: 183-190.



## **Troisième partie**

### **Les extensions**



## **Introduction a la troisième partie**

Les modèles abordés jusqu’alors ont été qualifiés de modèles de base car les sophistications de programmation apparues progressivement ne font qu’améliorer certaines . Nous aborderons progressivement trois de ces sophistications.

La première consiste à utiliser les avancées en ce qui concerne la programmation multi-objectif (Chapitre VI). En effet, on conçoit bien que la gestion du risque constitue un objectif supplémentaire par rapport à l’optimisation du revenu moyen. Implicitement les méthodes paramétrique présentés précédemment utilise une version simplifiée de la programmation pluri-objectifs qui consiste à considérer un objectif, et à placer les autres objectifs sous formes de contraintes . Nous aborderons les autres méthodes développées depuis les années 80 qui permettent de traiter plus en profondeur les compromis nécessaires entre différents objectifs et son application directe pour la gestion du risque.

Une deuxième avancée, bien que beaucoup plus ancienne, consiste à considérer le risque dans les contraintes et les coefficients techniques (Chapitre VII). Nous verrons que cette méthode qui s’approche mieux des conditions de la décision a connu un succès mitigé du fait de ses exigences en données. Les capacités grandissantes des ordinateurs, et la possibilité de couplage avec des modèles biophysique devrait pourtant réhabiliter celle-ci.

Enfin, la distinction entre “firme” et “ménage” sera abordée (Chapitre VIII). Le ménage, unité composite devant prendre des décisions de production mais aussi de consommation et d’allocation du temps de travail pourra, si certaines conditions sont rencontrées, réagir de manière différente que la firme, préoccupée par les seules décisions de production. Cependant, jusqu’à présent, les modèles des ménages s’accommodent mal de l’introduction du risque.



## Chapitre VI: Paradigme multi-critères

### I. Le paradigme multi-critères

La décision répond rarement à un critère unique. Jusqu'ici les méthodes présentées donnent un objectif unique, et présentent les autres objectifs comme des contraintes. Le niveau de ces contraintes est paramétré pour obtenir un ensemble de solutions efficientes. Quand on se place dans le paradigme multi-critères, on envisage alors simultanément différents objectifs, et les niveaux de compromis nécessaires entre les différents objectifs.

Une première méthode consiste à adopter la *programmation par buts*. On cherche alors à minimiser les écarts entre les réalisations observées et les objectifs fixés pour chaque 'but'. La programmation lexicographique suppose que le décideur donne un ordre de priorité dans les buts à atteindre, et considère alors leurs réalisations successives. On peut également pondérer les différents buts (WGP), et rechercher la minimisation de la somme pondérée des écarts par rapports aux objectifs initiaux (Fiske *et al.*, 1994; Rehman et Romero, 1993).

Une deuxième approche se base sur la programmation multi-objectifs. Elle est sensiblement différente de la première, puisque le concept Simonmien de "niveau satisfaisant pour un objectif" trouvé dans la programmation par buts est remplacé par l'efficience paretienne. Comme on recherche l'optimisation simultanée de plusieurs objectifs, le concept d'optimum n'est plus valable. On recherche alors des solutions efficientes au sens de Pareto, c'est à dire celles pour lesquelles on ne peut améliorer la performance d'un objectif sans devoir faire un compromis sur les autres objectifs. On obtient alors un ensemble de solutions efficientes plutôt qu'un optimum. Plusieurs méthodes sont envisageables: (a) la méthode des pondérations, où tous les objectifs sont combinés dans une fonction composite qui est alors optimisée. L'ensemble des solutions efficientes est obtenu en faisant varier les poids. (b) La méthode des contraintes, où un objectif est choisi et les autres placés en tant que contraintes dans le modèle. L'ensemble des solutions efficientes est obtenu en faisant varier, le niveau des contraintes sur les objectifs (c) la programmation par compromis (Zeleny, 1982), et (d) la méthode NISE (Cohon *et al.*, 1979).

L'introduction du risque a été traitée maintes fois dans les modèles multi-objectifs, comme dans (Fernandez-Santos *et al.*, 1993; Millan et Berbel, 1994; Schans, 1991; Wossink *et al.*, 1992; Zekri et Albisu, 1993; Zekri et Herruzo, 1994; Zhu *et al.*, 1993) pour ne prendre que quelques exemples. Elles ne se démarquent pas des représentations classiques du risque telles que présentées dans les modèles de base. Plutôt, elle intègre la gestion du risque comme un objectif supplémentaire. Cependant, nous aborderons ici seulement deux méthodes: NISE et programmation par compromis, et verrons comment elles ont été utilisées pour une nouvelle présentation des modèles MOTAD et target MOTAD.

### II. MOTAD et programmation par compromis

#### A. Présentation

L'ensemble des méthodes revues sous le chapitre maximisation d'une fonction d'utilité définissent des ensembles de solutions efficientes, parmi lesquelles le décideur est amené à choisir en fonction de ses préférences. La solution 'optimale' se trouve alors à la tangente entre la courbe d'efficience et la famille des courbes d'iso-utilité. Se pose alors le problème délicat du choix d'une fonction d'utilité, et de ses paramètres. L'utilisation de la programmation par compromis permet de s'affranchir de ce problème. En effet, celle-ci permet d'établir la portion de l'ensemble des solutions efficientes qui s'approche le plus de la solution idéale. Romero *et al.* (1989) montrent que l'ensemble des solutions, le '*compromise set*' représente la zone de tangence la plus probable, sans que l'on ait à formuler des hypothèses sur la forme fonctionnelle de la fonction d'utilité. Cette méthode représente donc un substitut intéressant aux méthodes reposant sur la maximisation d'une

fonction d'utilité quand celle-ci est méconnue (Ballestero et Romero, 1994).

## B. Formalisation

Pour utiliser la programmation par compromis (CP), on identifie tout d'abord le '*point idéal*'  $Z^*$ , et le point '*anti-idéal*' ou '*nadir*'  $Z_*$ . Les coordonnées du point idéal sont obtenues en prenant les valeurs maximales pour chacun des objectifs. En général, ce point ne correspond à aucune situation réelle, sauf s'il n'existe pas de conflits entre les objectifs, auquel cas notre problème serait résolu! La programmation par compromis définit alors l'optimum, ou le meilleur compromis, comme l'ensemble des solutions qui sont *les plus proches* du point idéal.

La méthode CP utilise donc une famille de métrique  $L_p$  pour calculer les distances entre les solutions appartenant à l'ensemble des solutions efficaces, et le point idéal défini par l'expression:

$$L_p(w) = \left[ \sum_{j=1}^n w_j^p \cdot \left| \frac{Z_j^* - z_j(x)}{Z_j^* - Z_j^*} \right|^p \right]^{1/p}$$

avec  $Z_j^*$  le point idéal pour le jème objectif, et les  $w_j$  le poids relatif de ce jème objectif dans la mesure de distance. On interprète la valeur  $Z_j^* - Z_j^*$  comme un facteur de normalisation des objectifs.

L'ensemble des solutions CP est compris entre deux bornes  $L_1$  et  $L_\infty$  (Yu, 1973). Pour  $L_1$ , on obtient une solution en résolvant le problème:

$$\text{Min } L_1(w) = \sum_{j=1}^n w_j \cdot \left| \frac{Z_j^* - z_j(x)}{Z_j^* - Z_j^*} \right|$$

La métrique  $L_\infty$  donne les solutions les plus proches de l'idéal, quand la mesure de distance considère uniquement les différences maximales entre les solutions efficaces et le point idéal, c'est à dire quand la déviation maximale est minimisée. Ce qui se résout également à l'aide de la programmation mathématique:

*Minimiser d*

Sous contraintes de:

$$w_j \cdot \frac{Z_j^* - z_j(x)}{Z_j^* - Z_j^*} \leq d \quad \forall j=1,2,\dots,n$$

On peut faire varier les  $w_j$  pour voir son influence sur l'ensemble des solutions CP.

## III. Target MOTAD et NISE

### A. Présentation

Le modèle target MOTAD (Tauer, 1983) permet d'analyser les trade-offs entre la maximisation du revenu espéré, et la minimisation des écarts négatifs par rapport à un niveau de revenu de référence  $t$ . Berbel (1988) développe une méthode multi-objectif qui dérive des travaux de Tauer

et de Atwood, qui permet d'évaluer les trade-offs en terme de 'niveau de déviation' autorisé, ou en terme de probabilité de ne pas atteindre l'objectif minimal (cf. chapitre IV, § 5).

La sélection du niveau de référence, à partir duquel vont être calculées les déviations, est du ressort du modélisateur. Berbel (1990) propose l'utilisation d'un niveau de référence fixe, et montre que l'utilisation de la valeur du maximin permet d'améliorer les résultats obtenus.

Enfin, Berbel (1993) utilise la méthode NISE pour analyser les tradeoffs entre les trois objectifs que sont:

- maximisation de l'espérance de revenu
- maximisation du gain minimal (maxi-min)
- minimiser les déviations négatives par rapport à un objectif fixé par le décideur: target MOTAD (Tauer, 1983).

## B. Formalisation

### 1. Les objectifs

Trois objectifs sont en compétition

$$\text{Maximiser } Z_1 = \sum_j \bar{c}_j \cdot X_j \quad (4)$$

$$\text{Minimiser } Z_2 = \sum_t DEV_t^- \quad (7)$$

$$\text{Maximiser } M \quad (8)$$

$$\sum_{j=1}^J c_{jt} \cdot X_j \geq M \quad (6)$$

$$\text{s. c. } \sum_{j=1}^J c_{jt} \cdot X_j + DEV_t^- - DEV_t^+ = OBJECO \quad \forall t \quad (5)$$

Les trois objectifs sont contradictoires, et on doit analyser les concessions nécessaires sur un objectif pour améliorer un autre objectif. La méthode NISE détermine l'ensemble des solutions extrêmes efficaces pour les problèmes à deux objectifs.

### 2. La méthode NISE

La méthode NISE détermine l'ensemble des solutions extrêmes efficaces pour les problèmes à deux objectifs (Cohon *et al.*, 1979). La première étape consiste à générer la matrice des gains. A partir des deux solutions comprises dans la matrice, on déterminera un nouveau point extrême efficace en appliquant la méthode des pondérations tout en respectant un ratio pour les poids donné par la formule:

$$\frac{W_1}{W_2} = \frac{Z_1^* - Z_2^1}{Z_2^* - Z_1^2}$$

où

$Z_i^*$  représente l'optimum lorsqu'on optimise  $Z_i$

$Z_i^j$  représente l'optimum de  $Z_i$  quand on optimise  $Z_j$

On optimise la fonction objectif  $W_1.Z_1 + W_2.Z_2$ , qui permet d'obtenir une nouvelle solution extrême efficiente. La procédure se termine lorsqu'on ne génère plus de solutions différentes à celles obtenues.

Les objectifs sont comparés deux à deux, ou une présentation dans un plan unique des points obtenus donne une présentation synthétique de la zone où les plans d'organisation sont efficients pour les trois objectifs.

#### **IV. Conclusions**

La description des décisions dans un paradigme multi-critères apparaît comme plus proche des réalités quotidiennes du décideur. Nous avons abordé ici, les seules approches multi-objectifs, qui recherchent des solutions efficientes au sens de Pareto, dans le sens où elles ne peuvent améliorer un objectif sans dégrader les résultats obtenus sur les autres. Les frontières d'efficience ainsi définies permettent d'analyser les compromis nécessaires entre objectifs. Dans ce sens, elle s'adapte très bien pour l'analyse du risque.

## **Bibliographie du chapitre VI:**

- Atwood, J. (1985). Demonstration of the use of lower partial moments to improve safety-first probability limits. *American Journal of Agricultural Economics* **67**: 787-793.
- Ballesteros, E. et C. Romero (1994). Utility optimization when the utility is virtually unknown. *Theory and Decision* **37**: 233-243.
- Berbel, J. (1988). Target returns within risk programming models: a multi-objective approach. *Journal of Agricultural Economics* **39**: 263-270.
- Berbel, J. (1990). A comparison of target MOTAD efficient set and the choice of a target. *Canadian Journal of Agricultural Economics* **38**: 149-158.
- Berbel, J. (1993). Risk programming in agricultural systems: a multiple criteria analysis. *Agricultural Systems* **41**: 275-288.
- Cohon, J.L., R.L. Church et D.P. Sheer (1979). Generating multiobjective trade-offs: an algorithm for bi-criterion problems. *Water Resources Research* **15** (5) : 1001-1010.
- Fernandez-Santos, J., S. Zekri et A.C. Herruzo (1993). On-farm costs of reducing nitrogen pollution through BMP. *Agriculture, ecosystems and environment* **45**: 1-11.
- Fiske, W.A., G.E. D'souza, J.J. Fletcher et T.T. Phipps (1994). An economic and environmental assessment of alternative forage-resource production systems: a goal-programming approach. *Agricultural Systems* **45** (1994) : 259-270.
- Millan, J.S. et J. Berbel (1994). A multicriteria model for irrigated agricultural planning under economic and technical risk. *Agricultural Systems* **44**: 105-117.
- Rehman, T. et C. Romero (1993). The application of the MCDM paradigm to the management of agricultural systems: some basic considerations. *Agricultural Systems* **41**: 239-255.
- Romero, C., T. Rehman et J. Domingo (1989). Compromise-risk programming for agricultural resource allocation problems: an illustration. *Journal of Agricultural Economics* **39**: 271 - 276.
- Schans, J. (1991). Optimal potato production systems with respect to economic and ecological goals. *Agricultural Systems* **37**: 387-397.
- Tauer, L.W. (1983). Target MOTAD. *American Journal of Agricultural Economics* **65**: 606-610.
- Wossink, G.A.A., T.J. De Koeijer et J.A. Renkema (1992). Environmental-economic policy assessment: a farm economic approach. *Agricultural Systems* **39**: 421-438.
- Yu, P.L. (1973). A class of solutions for group decision problems. *Management Science* **19**: 936-946.
- Zekri, S. et L.M. Albisu (1993). Economic impact of soil salinity in agriculture. A case study of Bardenas area, Spain. : 369-386.
- Zekri, S. et A.C. Herruzo (1994). Complementary instruments to EEC nitrogen policy in non-sensitive areas: a case study in Southern Spain. *Agricultural Systems* **46** (1994) : 245-255.
- Zeleny, M. (1982). *Multiple criteria decision-making*. McGraw-Hill, New York.
- Zhu, M., D.B. Taylor et S.C. Sarin (1993). A multi-objective dynamic programming model for evaluation of agricultural management systems in Richmond County, Virginia. *Agricultural Systems* **42**: 127-152.



## Chapitre VII: Les modèles économiques de décision en univers risqué où le risque existe sur les contraintes de production

### I. Introduction

Les modèles présentés jusqu'ici ne considèrent le risque que dans la fonction objectif. Implicitement donc, ils reconnaissent que les contraintes sont fixes. Ce faisant, on élimine une grande part de l'incertitude auquel est confronté le décideur.

En agriculture, le problème le plus parlant est peut-être celui de l'irrigation. La contrainte en eau disponible pour l'irrigation au niveau de l'exploitation peut varier en fonction de l'année, et des dispositions communautaires de gestion des ressources en eau. La considérer comme fixe, peut conduire donc à des solutions très peu représentatives des pratiques des agriculteurs.

Deux méthodes existent pour intégrer le risque dans les contraintes et dans les coefficients entrée/sortie: la programmation stochastique discrète, et la méthode dite 'chance constrained programming'. Nous les envisagerons successivement.

### II. La programmation stochastique discrète

#### A. Présentation

L'utilisation de la programmation stochastique discrète a débuté dans les années 70 (Rae, 1971a; Rae, 1971b). Elle n'a cependant pas pris un essor considérable, en raison du grand nombre de données qu'elle nécessite, et son corollaire de la taille des programmes qu'elle engendre. Avec l'augmentation de la capacité de traitements des ordinateurs de base, et la disponibilité des logiciels, il semble y avoir un regain d'intérêt pour la méthode (Apland et Hauer, 1993; Hardaker *et al.*, 1991; Patten *et al.*, 1988).

En effet, cette méthode permet d'inclure le risque dans la fonction objectif, mais également sur les contraintes en ressources, et sur les coefficients entrée/sortie. Elle permet de plus, de traiter des problèmes de décisions séquentielles, avec révélation progressive des états de nature.

#### B. Formalisation

La formalisation sera faite pour un exemple simple, à deux stades, et deux états de nature pour chaque stade. On peut représenter la décision par un arbre de décision (Figure 1). On voit que 4 scénarios sont envisageables. Chaque scénarios a une probabilité d'apparition égale aux probabilités conjointes d'apparition des états de nature.

On suppose que la décision  $D_n$  a lieu au début de chaque stade  $n$  ( $n=1,2$ ). On suppose par ailleurs qu'au moment de la décision, on 'connait le passé'. Ce qui veut dire, que quand on prend la décision  $D_1$ , on a une connaissance des probabilités d'apparition des états de nature 1 et 2. Ensuite, quand on prend la décision  $D_2$ , on connait l'état de nature qui a prévalu au stade 1, ainsi que les résultats de la décision  $D_1$ .

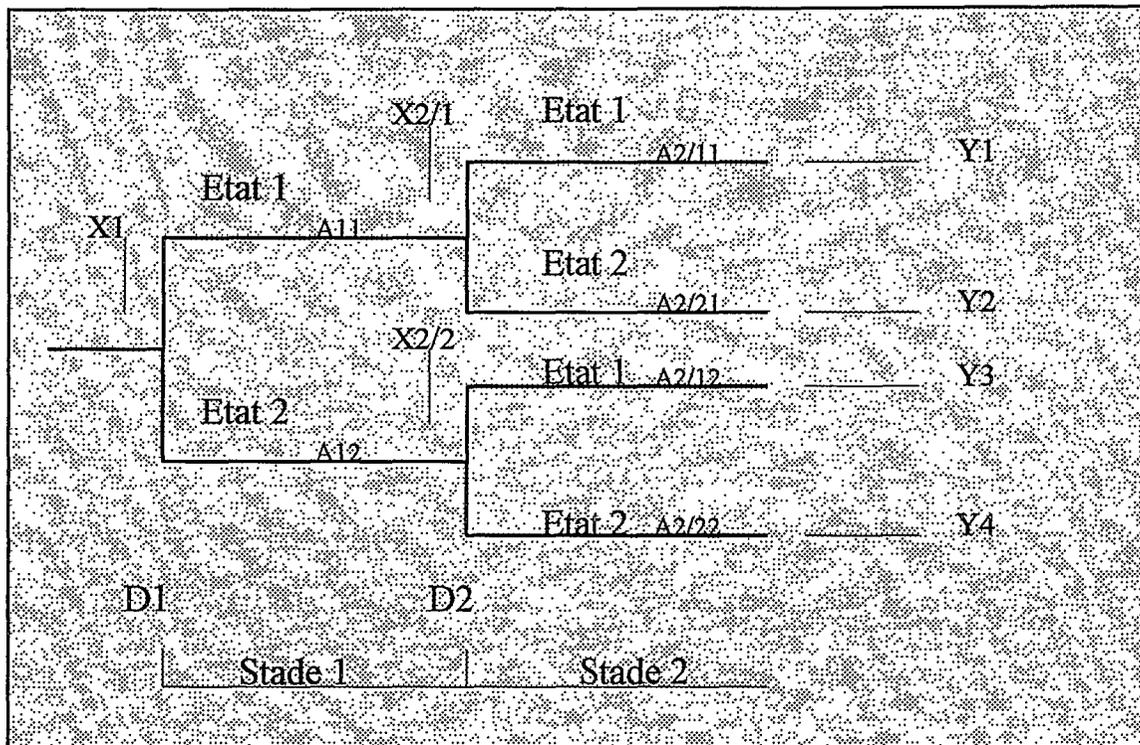


Figure 1: Arbre de décision pour un problème en 2 stades, et 2 états de nature.

En écriture matricielle, un problème déterministe se décrit par:

$$\text{Maximiser } C'.X$$

sous contraintes de

$$A.X \leq b$$

et

$$X \geq 0$$

avec  $X$  le vecteur  $J \times 1$  de variables de décisions (dans notre cas, choix des activités)

$C$  le vecteur  $J \times 1$  des coefficients de la fonction objectif

$A$  la matrice  $R \times J$  des coefficients techniques (entrée/sortie)

$b$  le vecteur  $R \times 1$  des contraintes sur les ressources (RHS)

Dans sa forme la plus générale, la programmation stochastique suppose que les matrices  $C$ ,  $A$  et  $b$  sont stochastiques. Pour la bonne compréhension de ce qui va suivre, il est important d'adopter une notation rigoureuse.

#### Notations des vecteurs de décisions $X$

Au stade 1, on a une seule décision possible, nous la noterons  $X_1$

Au stade 2, on a deux décisions  $X_2$  possibles, nous les noterons donc

$X_{2/1}$  la décision prise au stade 2, si l'état de nature 1 a prévalu au stade 1

$X_{2/2}$  la décision prise au stade 2, si l'état de nature 2 a prévalu au stade 1

#### Notations des matrices $A$ et des vecteur $b$

Au stade 1, on a deux états de natures possibles avec donc deux matrices  $A_1$  différentes selon l'état de nature, nous les noterons donc

$A_{11}$  la matrice  $A$  du stade 1, avec état de nature 1

$A_{12}$  la matrice A du stade 1, avec état de nature 2

Au stade 2, si l'on considère que les matrices peuvent dépendre de l'état de nature, et de l'état de nature précédent, on a donc quatre matrices  $A_2$  différentes, que nous noterons:

$A_{2/11}$  la matrice A du stade 2, sachant que état de nature 1 prévaut, et que état de nature 1 a prévalu au stade 1

$A_{2/21}$  la matrice A du stade 2, sachant que état de nature 2 prévaut, et que état de nature 1 a prévalu au stade 1

$A_{2/12}$  la matrice A du stade 2, sachant que état de nature 1 prévaut, et que état de nature 2 a prévalu au stade 1

$A_{2/22}$  la matrice A du stade 2, sachant que état de nature 2 prévaut, et que état de nature 2 a prévalu au stade 1

Les mêmes notations sont adoptées pour les vecteurs de contraintes b.

### Equations

Pour le stade 1, on connaît seulement les probabilités d'apparition des deux états de natures. On sélectionnera donc des activités qui seront faisables quelque soit l'état de nature qui apparaîtra. On a donc deux ensembles d'équations de contraintes.

La première équation décrit la faisabilité de la décision  $X_1$ , si l'état de nature 1 apparaît.

$$A_{11} \cdot X_1 \leq b_{11}$$

De même, la décision  $X_1$  doit être faisable si l'état de nature 2 apparaît.

$$A_{12} \cdot X_1 \leq b_{12}$$

Pour le deuxième stade de décision, on obtient 4 ensemble d'équations. Si l'état de nature 1 a prévalu dans le stade 1, la décision  $X_{2/1}$  doit assurer la faisabilité du problème pour les deux états de nature qui vont suivre, puisque les deux sont susceptibles d'apparaître. On a donc deux équations:

$$A_{2/11} \cdot X_{2/1} \leq b_{2/11}$$

$$A_{2/21} \cdot X_{2/1} \leq b_{2/21}$$

De même, si l'état de nature 2 est apparu au stade 1, on a deux équations:

$$A_{2/12} \cdot X_{2/2} \leq b_{2/12}$$

$$A_{2/22} \cdot X_{2/2} \leq b_{2/22}$$

On peut rajouter, si nécessaire des équations de passage entre les deux stades, ce qui conditionnera la disponibilité en ressources du stade suivant, par exemple.

On calcule enfin les équations de revenus (présenté ici en valeur nette non actualisée) pour chaque scénario, :

$$Y_1 - C_{11} \cdot X_1 - C_{2/11} \cdot X_{2/1} \leq 0$$

$$Y_2 - C_{11} \cdot X_1 - C_{2/21} \cdot X_{2/1} \leq 0$$

$$Y_3 - C_{12} \cdot X_1 - C_{2/12} \cdot X_{2/2} \leq 0$$

$$Y_4 - C_{12} \cdot X_1 - C_{2/22} \cdot X_{2/2} \leq 0$$

La fonction objectif peut alors prendre plusieurs formes, selon le type de programmation que l'on veut retenir, e.g. E, V, MOTAD ou autres.

#### C. Avantages/inconvénients de la méthode

Le risque peut être intégré dans la fonction objectif, mais aussi dans les coefficients entrée/sortie et les contraintes, ce qui donne une formalisation du problème qui sera plus proche de la réalité quotidienne du décideur.

La méthode est donc bien adaptée aux problèmes de décision dans un itinéraire technique. En effet, en début de saison, l'agriculteur fait son choix sur les cultures, l'itinéraire technique peut cependant évoluer en fonction des conditions météorologiques apparaissant au cours de l'année. Il sera donc amené à corriger sa stratégie au fur et à mesure.

Cependant, un nombre de données important est à collecter, car on augmente rapidement le nombre de données nécessaires en fonction du nombre d'états de nature, et de stades envisagés. Elles auront donc une incidence sur la taille du modèle à traiter.

De plus, nous avons vu, que l'on doit considérer que le portefeuille d'activités sélectionné doit être faisable dans tous les états de nature envisageables. Cela peut donc conduire à des solutions indument conservatrices, et s'éloigner ainsi de la réalité de la décision.

### III. Chance-constrained programming

#### A. Présentation

Un des inconvénients de la programmation stochastique discrète est le fait que les décisions prises doivent être réalisables pour tout les états de nature, ce qui peut apparaître contraignant pour certains.

Un modèle alternatif (et antérieur), consiste à reconnaître que les plans adoptés ne sont pas toujours faisables, mais la stratégie adoptée consiste à minimiser la probabilité d'infaisabilité (Charnes et Cooper, 1959).

L'équation de contrainte sur une ressource s'écrit alors:

$$Prob\left(\sum_{j=1}^J a_{rj} \cdot X_j \leq b_r\right) \geq 1 - \alpha_r \quad (11)$$

avec  $\alpha_r$  une probabilité spécifiée de manière exogène. En quelque sorte, on admet qu'il ne peut y avoir un dépassement des besoins en ressources  $r$  par rapport à la disponibilité dans plus que  $\alpha_r$  % des cas. Ce qui peut encore s'écrire, en notant :  $b_r = \sum_r a_{rj}$ .

$$Prob(Z_r \leq b_r) \geq 1 - \alpha_r \quad (13)$$

Ce qui, en utilisant les variables centrées réduites, est encore équivalent à :

$$Prob\left(\frac{Z_r - E(Z_r)}{\sigma_{Z_r}} \leq \frac{b_r - E(Z_r)}{\sigma_{Z_r}}\right) \geq 1 - \alpha_r \quad (14)$$

#### B. Formalisation

Là encore, la transformation des probabilités dans un programme mathématique est grandement simplifiée, en admettant que les coefficients techniques incertains suivent une distribution normale (Hazell et Norton, 1986). On utilise alors les valeurs de la loi normale centrée réduite, pour trouver une valeur  $K_\alpha$ , telle que :

$$Prob(N(0,1) \leq K_\alpha) = 1 - \alpha_r \quad (15)$$

l'équation 17 est alors vérifiée si

$$K_\alpha \leq \frac{b_r - E(Z_r)}{\sigma_{Z_r}} \quad (16)$$

Ce qui s'écrit encore :

$$E(Z_r) + K_\alpha \cdot \sigma_{Z_r} \leq b_r \quad \forall r \quad (17)$$

On utilise alors une forme quadratique du modèle. (Wicks et Guise, 1978) utilisent la formulation du MOTAD pour intégrer cette contrainte de manière linéaire. On obtient alors le problème sous la forme :

$$Maximiser E = \sum_j^J \bar{c}_j \cdot X_j \quad (18)$$

$$\sum^J \bar{a}_{rj} \cdot X_j + K_\alpha \hat{\sigma}_r \leq b_r \quad \forall r \quad (20)$$

$$\sum^J (c_{jt} - \bar{c}_j) \cdot X_j - DEV_{rt}^+ = 0 \quad \forall t=1 \text{ à } T \quad (19)$$

L'estimateur étant obtenu par la formule:

$$\hat{\sigma}_r = \frac{2\sqrt{F}}{T} \sum_{t=1}^T DEV_{rt}^+$$

Plus récemment, Atwood *et al.* utilisent la version linéaire de l'équation des moments partiels inférieurs (cf. Chapitre IV, § VI) pour obtenir une version linéaire de la limite sur les probabilités (Atwood *et al.*, 1988). Cependant, les deux cas présentent leurs faiblesses: le premier prend pour hypothèse la normalité des résultats, le deuxième donne une approximation large de la probabilité et tendra donc à donner des solutions très (trop?) conservatives.

#### IV. Conclusions

Les méthodes incluant le risque dans les contraintes et les coefficients techniques ne sont pas nombreuses, et peu d'exemples existent dans la littérature. Bien que représentant de plus près la réalité du producteur, la quantité d'information à collecter devient rapidement un problème dès que l'on considère plus de deux stades, et plus de deux états de nature. Cependant, la modélisation biophysique d'une part, l'augmentation de la capacité des ordinateurs personnels d'autre part devrait permettre de diminuer sensiblement ces problèmes de dimensionalité.

## **Bibliographie du chapitre VII:**

- Apland, J. et G. Hauer (1993). Discrete stochastic programming: concepts, exemples and review of empirical applications, Staff Paper P93-21. Department of agricultural and applied economics, College of Agriculture, University of Minnesota, St. Paul, Minnesota, USA.
- Atwood, J.A., M.J. Watts et G.A. Helmers (1988). Chance-constrained financing as a response to financial risk. *American Journal of Agricultural Economics* 70: 79-89.
- Charnes, A. et W.W. Cooper (1959). Chance constrained programming. *Management Science* 15 (1968) : 72-79.
- Hardaker, J.B., S. Pandey et L.H. Patten (1991). Farm planning under uncertainty: a review of alternative programming models. *Review of Marketing and Agricultural Economics* 59 (1) : 9-22.
- Hazell, P.B.R. et R.D. Norton (1986). *Mathematical programming for economic analysis in agriculture*. Macmillan Publishing Company, New York, pp. 400.
- Patten, L.H., B. Hardaker et D.J. Pannell (1988). Utility efficient programming for whole-farm planning. *Australian Journal of Agricultural Economics* 32 (2 & 3) : 88-97.
- Rae, A.N. (1971a). An empirical application and evaluation of discrete stochastic programming. *American Journal of Agricultural Economics* 53: 625-638.
- Rae, A.N. (1971b). Stochastic programming, utility and sequential decision problems in farm management. *American Journal of Agricultural Economics* 53: 448-460.
- Wicks, J.A. et W.B. Guise (1978). An alternative solution to linear programming problems with stochastic input-output coefficients. *Australian Journal of Agricultural Economics* 22 (1) : 22-40.



## Chapitre VIII : Modélisation des ménages : présentation générale, et utilisation en univers risqué

### I. Introduction

Une grande partie des travaux effectués par les agro-économistes, et les travaux présentés dans les chapitres précédents le montrent, traitent de l'exploitation agricole uniquement comme une firme productrice de biens, omettant complètement les problèmes de consommation. C'est seulement relativement récemment que l'analyse de l'exploitation agricole, en tant qu'unité composite de production et de consommation s'est formée en vue de mieux représenter l'agriculture de subsistance intégrée partiellement au marché (Ellis, 1988; Sadoulet et de Janvry, 1995).

Tchayanov peut être considéré comme un précurseur dans l'étude des exploitations agricoles en tant qu'unité complexe de travail et de consommation (Tchayanov, 1925). Le concept de base qu'il utilise pour analyser l'économie familiale est ce qu'il appelle l'équilibre travail-consommation, entre la satisfaction des besoins familiaux et la pénibilité du travail. Ainsi, pour Tchayanov, l'allocation du temps de travail du ménage est efficiente, en vue, non pas d'optimiser le profit, mais de fournir les besoins du ménage tout en limitant la pénibilité du travail.

Plus récemment, Nakajima développe le concept d'équilibre subjectif du ménage (Nakajima, 1969; Nakajima, 1986). Il montre que le ménage agricole qui évolue dans un marché compétitif des facteurs et du travail, est un complexe regroupant la 'firme', le ménage de travailleurs, et l'unité de consommation. En conséquence, le ménage maximise son utilité, en satisfaisant les conditions d'équilibre pour ces trois composantes: production, fourniture de travail et consommation. Ainsi tout changement sur un paramètre, peut avoir des conséquences qui doivent être étudiées de manière empirique.

Des modèles empiriques ont été ainsi développés (Singh *et al.*, 1986a): le modèle le plus simple est dit '*séparable*', et considère un lien unidirectionnel entre production et consommation (§ II). Les hypothèses sur lesquelles de tels modèles sont bâtis ne sont cependant pas toujours rencontrées, des modèles plus complexes, relaxant ces hypothèses, ont donc été développés (§ III). L'introduction du risque, et de l'aversion au risque de production est considérée ensuite dans un chapitre spécifique (§ IV).

### II. Le modèles des ménages séparables

#### A. Présentation générale

En micro-économie, il est classique de considérer séparément les décisions de production, des décisions de consommation et des décisions de fourniture de travail.

Le producteur pur choisit un niveau de production qui maximise son revenu en fonction des prix des intrants, et des produits, sous la contrainte technologique (fonction de production  $g$ ). Dans le cas simplifié de la production d'un seul produit, avec un seul intrant  $x$ , et du travail  $l$ , ceci peut se formaliser comme:

$$\text{Maximiser } \pi = p_a q_a - p_x q_x - w.l$$

Sous la contrainte technique de la fonction de production

$$g: g(q_a, x, l) = 0$$

Le consommateur lui, maximise une fonction d'utilité  $U$ , fonction de la consommation de produits agricoles  $c_a$ , et de produits manufacturés  $c_m$  et de ses caractéristiques propres. Les marchés sont supposés fonctionner de manière parfaite, et donc le consommateur est "preneur de prix". La

consommation est cependant contrainte par le niveau de revenu  $y$  du ménage.

$$\begin{aligned} & \text{Max } U(c_a, c_m) \\ & p_a \cdot c_a + p_m \cdot c_m = y \end{aligned}$$

En outre, le revenu du ménage de travailleur/consommateur est fonction de son travail fourni sur le marché du travail  $l^s$ , et du niveau de salaire  $w$ :  $y = w \cdot l^s$ . Le temps total  $E$  du travailleur est séparé entre "temps libre"  $c_l$  et temps fourni sur le marché du travail  $l^s$ :  $c_l + l^s = E$ ; Ces deux dernières équations peuvent se contracter en contrainte "de revenu total":

$$w \cdot c_l + y = w \cdot E$$

On peut donc intégrer le problème du travailleur et celui du consommateur en:

$$\text{Max } U(c_a, c_m, c_l)$$

sous contrainte de la contrainte de "revenu total"

$$p_a \cdot q_a + p_m \cdot c_m + w \cdot c_l = w \cdot E$$

Enfin, dans le cas du ménage, le décideur doit conjuguer trois décisions de production, consommation et de fourniture de travail sur le marché. On combine donc le problème du producteur à celui du travailleur/consommateur. Le ménage cherche donc à maximiser une fonction d'utilité de consommation de produits agricoles et manufacturés, et de "temps libre". Cette fonction d'utilité est également fonction des caractéristiques du ménage. Le problème s'exprime donc comme:

$$\begin{aligned} & \text{Max } U(c_a, c_m, c_l) \\ & g(q_a, x, l) = 0 \\ & p_a \cdot c_a + p_m \cdot c_m + p_x \cdot c_x + w \cdot l = p_a \cdot q_a + w \cdot l^s \\ & c_l + l^s = E \end{aligned}$$

Les deux dernières contraintes peuvent donc s'exprimer de manière synthétique en:

$$\begin{aligned} & p_a \cdot c_a + p_m \cdot c_m + w \cdot c_l = \pi + w \cdot E \\ & \text{avec } \pi = p_a \cdot q_a + p_x \cdot x - w \cdot l \end{aligned}$$

#### B. Hypothèses supplémentaires conduisant à la séparabilité

Si les marchés des denrées et des intrants (y compris celui du travail) sont parfaits, les prix sont exogènes au ménage. Les prix payés et reçus par le ménage pour chaque intrant ou denrée sont identiques, et indépendants de leur décisions. Enfin, si les risques de prix et de production ne sont pas importants, pour le ménage, il est donc indifférent de consommer des intrants ou produits de sa propre exploitation, ou de les acheter sur le marché.

Les ménages agissent alors comme si les décisions de production et de consommation étaient prises

de manière séquentielle. Tout d'abord, le ménage cherche à maximiser les profits de ses opérations de production, sous des contraintes technico-économiques. En suivant cette logique, le niveau de production choisi est indépendant de la quantité qui sera consommée par le ménage, puisqu'il peut vendre ou acheter librement sur le marché à un prix fixé. "En d'autres termes, le ménage peut prendre ses décisions de production indépendamment de ses décisions de consommation, et de fourniture de travail" (Singh *et al.*, 1986b).

Le revenu d'exploitation qui en résulte est intégré dans les contraintes de consommation du ménage, qui maximise alors une fonction d'utilité de consommation. Cependant, ceci n'implique pas que les décisions de consommation sont indépendantes des décisions de production. En effet, la consommation et la fourniture de travail par le ménage sont en partie déterminées par son niveau de production. Cette relation à sens unique entre les décisions de consommation, et les décisions de production est qualifiée de récursivité, et les modèles dits séparables.

L'utilisation de ces modèles a permis d'expliquer des résultats *a priori* contre-intuitifs. Ainsi, l'augmentation du prix d'une denrée produite et consommée, aura d'une part une influence négative sur la consommation du ménage, mais comme le profit de l'exploitation augmentera, une "contre-influence" positive avec le déplacement des contraintes de consommation. L'effet final parfois ambigu, reste à déterminer empiriquement.

Le modèle de production peut être de nature économétrique, ou en programmation mathématique. Ce dernier type de modèle sera considéré comme plus intéressant pour les économistes agricoles, car elle permet de mieux spécifier la sélection d'activités, de bien rendre compte des interactions entre productions (rotations, production servant d'intrant à une autre production, etc.), et permet de traiter l'introduction de nouvelles techniques (Singh et Janakiram, 1986). Le modèle de consommation est un modèle purement économétrique. Une revue des différents modèles de consommation est trouvée dans (Delforce, 1993; Singh *et al.*, 1986a).

Même si les modèles séparables semblent reposer sur des hypothèses restrictives, ils ont été largement utilisés, pour leur relative 'facilité' d'emploi. Ainsi, (Singh *et al.*, 1986b), note que la séparabilité devrait être admise en première approximation, sauf si des preuves évidentes viennent contredire ces hypothèses.

Cependant, il ne faut pas perdre de vue que le modèle séparable repose sur des hypothèses restrictives. La plus importante est l'existence d'un marché pour le travail et les produits, au sein duquel le ménage est "price-taker". Autrement dit, les décisions de production et de consommation du ménage n'auront aucune influence sur les marchés des denrées, et du travail. Selon les auteurs, ces hypothèses sont largement acceptables dans le cas des petites exploitations semi-commerciales. On notera cependant que les conditions de séparabilité ne sont pas rencontrées quand il existe des prix dans les modèles qui sont influencés par les décisions de production. C'est le cas quand les marchés n'existent pas, ou sont non-compétitifs. Ainsi une imperfection sur le marché des denrées, invalide l'hypothèse que le ménage est indifférent entre produire une denrée, ou l'acheter sur le marché. Les décisions de consommation ont donc une influence sur la production, rompant ainsi le caractère séparable. De même, la séparabilité est remise en cause quand le risque, et l'aversion au risque sont introduit comme des paramètres significatifs des décisions. En effet, en univers risqué, le ménage/producteur maximise une fonction d'utilité espérée dont la forme dépend de la fonction d'utilité de consommation, et donc des décisions de consommation (Barnum et Squire, 1979; Roe et Graham-Tomasi, 1986).

### III. Les modèles intégrés ou non séparables: introduction du risque

#### A. Le risque et son effet sur les décisions des ménages

Comme vu précédemment, les risques de production vont créer un revenu du ménage incertain. Tout

fluctuation du revenu endogène à la production va influencer la consommation du ménage. Cette variation dans les possibilités de consommation sera d'autant plus importante si les marchés du crédit et de l'assurance n'existent pas, ou qu'ils existent des défaillances sur ces marchés. Une des options, et c'est celle implicitement reconnue dans la plupart des modèles de la firme, est de choisir un "portefeuille" d'activités dont la variance globale diminue, même si le résultat global moyen est inférieur. Cependant, c'est faire complètement abstraction des autres possibilités dont disposent les ménages pour "lisser" leur consommation (Walker et Jodha, 1986). Alderman et Paxson distinguent deux catégories de stratégies: la gestion du risque qui consiste à rechercher une minimisation du risque *ex-ante*, et le "risk-coping" qui recherche à minimiser *ex-post* les effets d'une "mauvaise année", par un lissage de la consommation. Cette dernière stratégie s'effectue de manière intertemporelle par le biais de l'épargne, ou entre les ménages par le biais de réseau d'entraides, ou de partage du risque entre les ménages (Alderman et Paxson, 1992).

*Ex-ante*, de nombreuses possibilités de diversifications existent: diversité des cultures et des variétés cultivées, diversité des terrains aux conditions agro-écologiques différentes, cultures intercalées, diversification vers l'élevage, etc. Le ménage peut également rechercher à diminuer le risque encouru par le biais du métayage. ■ peut également diversifier ses sources de revenus en dehors de l'agriculture, en vendant sa force de travail à l'extérieur de l'exploitation, ou par le biais de l'émigration.

Cependant, ces stratégies ne peuvent être vues indépendamment des possibilités d'échapper aux conséquences négatives ("risk coping"). En effet, la possibilité d'échappatoire diminue le besoin d'une stratégie de gestion du risque (Townsend, 1994). Cependant, les marchés d'assurance et de crédit sont souvent limités et/ou défaillants pour la petite agriculture de semi-subsistance qui nous intéresse. Les possibilités restantes se cantonnent donc souvent au crédit informel, aux réseaux d'entraides (intra et inter familles), et l'auto-assurance par l'accumulation d'épargne qui viendra tamponner les fluctuations de consommation. Les possibilités d'épargne peuvent être de plusieurs natures:

- les produits financiers, si existe un réseau bancaire suffisamment développé, ou si l'inflation ne vient pas éroder cette épargne;
- la terre, si la législation ou les disponibilités régionales sont suffisantes;
- stocks alimentaires si les capacités de stockage sont suffisantes, et les pertes après-récoltes pas trop importantes;
- création d'un troupeau si le marché est suffisamment développé. Dans ce dernier cas, le troupeau se révélera utile pour tamponner le risque si les possibilités de revente sont suffisamment intéressantes si un choc non idiosyncratique apparaît. Dans le cas d'une sécheresse généralisée, si le marché n'est pas suffisamment "profond", de nombreux ménages chercheront à vendre du bétail déprimant ainsi les prix, et rendant inutile cette forme d'épargne.

Les décisions de gestion du risque sont donc dépendantes de l'aversion au risque du décideur, mais également des possibilités *ex-post* de lissage de consommation. Ces décisions ne peuvent être prises de manière séquentielle, les modèles ne pourront donc plus être séparables.

## B. Un cadre d'analyse pour les réactions des ménages en univers risqué: du rêve à la dure réalité

Les caractéristiques essentielles à incorporer dans une représentation des décisions des ménages peuvent donc être établies à partir des constats des paragraphes précédents:

- l'analyse doit se faire au niveau des ménages, i.e. intégrer les décisions de production, consommation et d'allocation du travail. La prise en considération du risque interdit

l'utilisation de modèles séparables.

- en même temps, les possibilités d'interactions entre les ménages doivent être prises en compte: arrangements institutionnels en vue d'un partage du risque, ou d'un traitement ex-post d'un choc sur les revenus du ménage;
- de même, il est important de traiter la question de manière dynamique, pour pouvoir étudier les actions inter-temporelles qui permettent la gestion du risque.

Peu d'exemples existent dans la littérature qui contiennent ces trois caractéristiques (Dercon, 1996; Roe et Graham-Tomasi, 1986). Dans le chapitre suivant nous tentons de voir les difficultés qui rendent difficiles l'intégration simultanée de toutes ces caractéristiques.

### C. Les difficultés inhérentes à la modélisation des ménages en univers risqué

En comparaison à l'économétrie, la programmation mathématique se prête *a priori* très bien à la modélisation simultanée des décisions de consommation et de production en un modèle unique. Cependant, une des difficultés majeure de l'utilisation de la programmation mathématique pour modéliser le comportement des ménages est l'élaboration de la fonction d'utilité du ménage. Comme développé précédemment, celle-ci est fonction de plusieurs attributs (consommation, loisir et revenu) et probablement non linéaire (risque).

La première possibilité est d'utiliser des enquêtes auprès d'un ménage, et de révéler au moyen d'un questionnaire approfondi une fonction d'utilité multi-attributs, que l'on cherchera à maximiser. Les problèmes liés à une telle technique ont déjà été relevés antérieurement. Ce genre de technique n'est guère envisageable, car demandant un niveau d'introspection des enquêtés d'autant plus fort, que l'on y ajoute maintenant les paramètres de loisirs et de consommation. Cette technique n'est donc guère envisageable pratiquement.

La deuxième solution est d'estimer économétriquement une fonction d'utilité, tout en utilisant la programmation mathématique pour le modèle de production. Cependant, l'estimation économétrique s'avère difficile, puisque l'on tombe directement dans les problèmes de séparabilité, et donc d'estimation simultanées déjà évoquées.

Du fait des faiblesses des deux premières méthodes, on rencontre plus souvent des modèles qui se base sur les concepts de la programmation multi-objectif (voir chapitre VI).

La manière la plus simple cependant consiste à ajouter au modèle micro-économique de la firme, des activités de consommation, et de créer des contraintes de consommation minimales. Pour chaque denrée, on crée donc deux activités: une de production, et une de consommation, et on impose un minimum de consommation pour chacun des produits considérés. De même, on introduit une activité de loisir, et de le rémunérer à un taux correspondant à un certain pourcentage (exogène) du salaire de base. La fonction de loisir apparaît donc dans la fonction objectif. On ajoute alors des contraintes sur le temps minimal passé aux loisirs par le ménage. Le modèle de base étant créé en n'ayant pas le besoin de 'séparabilité', on peut introduire le risque. De ce point de vue, le risque est considéré de manière identique aux modèles de la firme présentés dans les chapitres précédents: target MOTAD (Delforce, 1993 ; Jaeger et Matlon, 1990), ou MOTAD.

Plusieurs autres méthodes, plus complexes, sont envisageables: (a) la méthode des pondérations, où tous les objectifs sont combinés dans une fonction composite qui est alors optimisée. L'ensemble des solutions efficientes est obtenu en faisant varier les poids. (b) La méthode des contraintes, ou un objectif est choisi, et les autres placées en tant que contraintes dans le modèle. L'ensemble des solutions efficientes est obtenu en faisant varier, le niveau des contraintes sur les objectifs (très similaire à la programmation à un seul objectif). (c) La méthode NISE, et (d) la programmation par compromis.

## Bibliographie du chapitre VIII

- Alderman, H. et C. Paxon (1992). Do the poor insure? A synthesis on the literature on risk and consumption in developing countries, WPS 1008. World Bank, Agricultural and Rural Development Department, Washington D.C.
- Barnum, H.N. et L. Squire (1979). A model of an agricultural household, Staff Occasional Paper 27. World Bank - John Hopkins University Press, Baltimore.
- Delforce, J. (1993). Smallholder agriculture in the Kingdom of Tonga: a farm-household analysis, Agricultural Economics Bulletin No. 40. University of New England, Department of Agricultural Economics and Business Management, Armidale, Australia.
- Dercon, S. (1996). Risk, crop choice, and savings: evidence from Tanzania. *Economic Development and Cultural Change* 44 (3) : 485-513.
- Ellis, F. (1988). *Peasant Economics*. Cambridge University Press, Cambridge.
- Jaeger, W.K. et P.J. Matlon (1990). Utilization, profitability and the adoption of animal draft power in West Africa. *American Journal of Agricultural Economics* 72 (1) : 35-48.
- Nakajima, C. (1969). Subsistence and commercial family farms: some theoretical models of subjective equilibrium. In "Subsistence farming and economic development". Aldine, Chicago.
- Nakajima, C. (1986). Subjective equilibrium theory of the farm household. Elsevier, Amsterdam.
- Roe, T. et T. Graham-Tomasi (1986). Yield risk in a dynamic model of the agricultural household. In "Agricultural households models: extensions, applications and policy" (I. Singh, L. Squire et J. Strauss, eds.), pp. 253-274. John Hopkins University Press, Baltimore and London.
- Sadoulet, E. et A. de Janvry (1995). Quantitative development policy analysis. The John Hopkins University Press, Baltimore and London, pp. 397.
- Singh, I. et S. Janakiram (1986). Agricultural household modeling in a multicrop environment: case studies in Korea and Nigeria. In "Agricultural households models: extensions, applications and policy" (I. Singh, L. Squire et J. Strauss, eds.), pp. 95-115. John Hopkins University Press, Baltimore and London.
- Singh, I., L. Squire et J. Strauss, eds. (1986a). "Agricultural households models: extensions, applications and policy,". John Hopkins University Press, Baltimore and London.
- Singh, I., L. Squire et J. Strauss (1986b). The basic model: theory, empirical results and policy conclusions. In "Agricultural households models: extensions, applications and policy" (I. Singh, L. Squire et J. Strauss, eds.), pp. 17-47. John Hopkins University Press, Baltimore and London.
- Tchayanov, A. (1925). L'organisation de l'économie paysanne. Librairie du regard, Paris, pp. 344.
- Townsend, R.M. (1994). Risk and insurance in village India. *Econometrica* 61 (3) : 539-591.
- Walker, T.S. et N.S. Jodha (1986). How small farm households adapt to risk. In "Crop Insurance for Agricultural Development" (P. Hazell, C. Pomerada et A. Valdés, eds.), pp. 17-34. Johns Hopkins University Press, Baltimore.

## Conclusions

Ces quelques pages auront, nous l'espérons, au moins eu pour effet de montrer qu'il existe une pléthore de méthodes alternatives pour introduire le risque dans les modèles de décision. Cette diversité dans les modèles est révélatrice d'un domaine somme toute mal maîtrisé: la nécessité de trouver de nouvelles formes de modélisation tenant sûrement du fait qu'aucune méthode n'est apparue réellement supérieure aux autres. Elle souligne peut-être également le besoin d'une théorie générale qui permette de considérer chaque approche comme un cas particulier.

Cependant, face à cette apparente diversité, apparaît une certaine homogénéité dans les objectifs et les résultats obtenus. En effet, l'introduction du risque dans les modèles de décision a pour but essentiel de fournir un objectif ou une contrainte supplémentaire qui permette d'expliquer le comportement "*non optimal*" des décideurs: non-adoption de techniques nouvelles, diversification des "portefeuilles" d'activité, maintien du métayage, etc. Pour ce faire, tous les modèles introduisent une caractérisation de l'aversion au risque du décideur qui justifie sa décision. Les uns postulent une "aversion à la variabilité" des résultats, les autres se basent sur un seuil minimum de survie au delà duquel le décideur auraient de forte chance de disparaître. Dans les deux cas de figure, ce qui importe le plus est finalement le degré d'aversion donné au décideur, que ce soit par la détermination du coefficient d'aversion ou par la détermination du revenu minimal recherché, ou enfin par la probabilité de dépassement de cette limite.

Les modèles bien qu'en apparence compliqués, sont en fait très réducteur de la réalité du décideur. Indépendamment des critiques que l'on pourra formuler sur les hypothèses de comportement optimisateur, c'est le cadre même de la décision qui est souvent mal représenté: peu de modèles de décisions inter-temporels existent: on occulte complètement les possibilités d'épargne/auto-assurance du décideur. Le décideur est isolé de son contexte: la encore, l'assurance au sein d'un groupe n'est pas prise en compte. Finalement, les marchés sont supposés parfaits, le décideur supposé n'être préoccupé que par des questions de production. Pour toutes ces raisons, le traitement du risque dans les modèles de décision s'est clairement essoufflé dans les quinze dernières années. Ceci explique peut-être l'avènement dans les années 90 des modèles des ménages qui permettent de considérer les défaillances de marché, le lissage de consommation, l'attitude différenciée des ménages en fonction de leur niveau de fortune. Cependant, ces modèles, nous l'avons vu, ne sont pas sans susciter des problèmes, quand on cherche à expliciter l'influence du risque sur les décisions des ménages: voie de recherche encore dans son enfance !

Par ailleurs, on ne peut pas occulter le fait que le paradigme de l'utilité espérée sur laquelle se base la plupart des approches décrites ici a été maintes fois remise en cause de manière expérimentale. Le paradigme de l'utilité anticipée est donc à considérer comme une option alternative.



## **Annexes**



## Annexe 1: Bibliographie générale

- Alderman, H. et C. Paxon (1992). Do the poor insure? A synthesis on the litterature on risk and consumption in developing countries, WPS 1008. World Bank, Agricultural and Rural Development Department, Washington D.C.
- Allais, M. (1953). Le comportement de l'homme rationnel devant le risque: critique des postulats et axiomes de l'école Américaine. *Econometrica* 21 (4) : 503-546.
- Anderson, D.P., J.W. Richardson et E.G. Smith (1994). Impacts of risk attitudes on farm-level acreage flexibility decisions. *Journal of Production Agriculture* 7 (4) : 428-436.
- Anderson, J.R. (1975). Programming for efficient planning against non-normal risk. *Australian Journal of Agricultural Economics* 19: 94-107.
- Anderson, J.R., J.L. Dillon et J.B. Hardaker (1977). *Agricultural decision analysis*. Iowa State University Press, Ames, USA, pp. 330.
- Apland, J. et G. Hauer (1993). Discrete stochastic programming: concepts, exemples and review of empirical applications, Staff Paper P93-21. Department of agricultural and applied economics, College of Agriculture, University of Minnesota, St. Paul, Minnesota, USA.
- Atwood, J. (1985). Demonstration of the use of lower partial moments to improve safety-first probability limits. *American Journal of Agricultural Economics* 67: 787-793.
- Atwood, J.A., M.J. Watts et G.A. Helmers (1988). Chance-constrained financing as a response to financial risk. *American Journal of Agricultural Economics* 70: 79-89.
- Ballestero, E. et C. Romero (1994). Utility optimization when the utility is virtually unknown. *Theory and Decision* 37: 233-243.
- Barbier, B. (1994). Modélisation agronomique et économique de la durabilité d'un système agraire villageois. Le cas du village de Bala au Burkina Faso. Thèse de Doctorat en Economie, Ecole Nationale Supérieure Agronomique de Montpellier, Montpellier, France.
- Barnum, H.N. et L. Squire (1979). A model of an agricultural household, Staff Occasional Paper 27. World Bank - John Hopkins University Press, Baltimore.
- Baumol, W.J. (1963). An expected gain-confidence limit criterion for portfolio selection. *Management Science* 16 (1) : 174-182.
- Berbel, J. (1988). Target returns within risk programming models: a multi-objective approach. *Journal of Agricultural Economics* 39: 263-270.
- Berbel, J. (1990). A comparison of target MOTAD efficient set and the choice of a target. *Canadian Journal of Agricultural Economics* 38: 149-158.
- Berbel, J. (1993). Risk programming in agricultural systems: a multiple criteria analysis. *Agricultural Systems* 41: 275-288.
- Binswanger, H.P. (1980). Attitudes toward risk: experimental measurement in rural India. *American Journal of Agricultural Economics* 62: 395-407.
- Binswanger, H.P. (1981). Attitudes toward risk: theoretical implication of an experiment in rural India. *The Economic Journal* 91 (December) : 867-890.
- Bouzit, A.M. (1995). Apport du modèle d'utilité anticipée à l'analyse de l'attitude des exploitants agricoles face au risque. *Economie Rurale* (227) : 28-33.
- Bouzit, A.M., T. Rieu et P. Rio (1994). Modélisation du comportement des exploitants agricoles tenant compte du risque: application du MOTAD généralisé. *Economie Rurale* (220-221) : 69-73.
- Brossier, J. (1989). Risque et incertitude dans la gestion de l'exploitation agricole. Quelques principes méthodologiques. In "Le risque en agriculture" (M. Eldin et P. Milleville, eds.), pp. 25-46. ORSTOM, Paris.

## Annexe 1: Bibliographie générale

- Buccola, S.T. (1986). Testing for nonnormality in farm net returns. *American Journal of Agricultural Economics* 68 (2) : 334-343.
- Buccola, S.T. et A. Subaei (1984). Mean-Gini analysis, stochastic efficiency and weak risk aversion. *Australian Journal of Agricultural Economics* 28 (2/3) : 77-86.
- Charnes, A. et W.W. Cooper (1959). Chance constrained programming. *Management Science* 15 (1968) : 72-79.
- Chateauneuf, A. et M. Cohen (1994). Risk seeking with diminishing marginal utility in a non-expected utility model. *Journal of risk and uncertainty* 9: 77-91.
- Chiang, A.C. (1984). *Fundamental methods of mathematical economics*. 3rd Edition/Ed. McGraw-Hill Book Company, pp. 788.
- Cochran, M.J., L.J. Robison et W. Lodwick (1985). Improving the efficiency of stochastic dominance techniques using convex set stochastic dominance. *American Journal of Agricultural Economics* 67: 289-295.
- Cohon, J.L., R.L. Church et D.P. Sheer (1979). Generating multiobjective trade-offs: an algorithm for bi-criterion problems. *Water Resources Research* 15 (5) : 1001-1010.
- Delforce, J. (1993). *Smallholder agriculture in the Kingdom of Tonga: a farm-household analysis*, Agricultural Economics Bulletin No. 40. University of New England, Department of Agricultural Economics and Business Management, Armidale, Australia.
- Dercon, S. (1996). Risk, crop choice, and savings: evidence from Tanzania. *Economic Development and Cultural Change* 44 (3) : 485-513.
- Diamond, P.A. et J.E. Stiglitz (1974). Increases in risk and in risk aversion. *Journal of Economic Theory* 8 (3) : 337-360.
- Dillon, J.L. (1962). Applications of game theory in agricultural economics: review and requiem. *Australian Journal of Agricultural Economics* 6 (2) : 20-35.
- Dillon, J.L. et J.B. Hardaker (1993). *Farm Management Research for small farmer development*. FAO, Rome, pp. 302.
- Dillon, J.L. et P.L. Scandizzo (1978). Risk attitudes of subsistence farmers in Northeast Brazil: a sampling approach. *American Journal of Agricultural Economics* 60: 425-435.
- Donaldson, A.B., G. Flichman et J.P.G. Webster (1995). Integrating agronomic and economic models for policy analysis at the farm level: the impact of CAP reform in two European regions. *Agricultural Systems* 48: 163-178.
- Doss, C.R. (1996). Do households fully share risk? Evidence from Ghana, Staff Paper P96-10. Department of Applied Economics, University of Minnesota, St Paul.
- Ellis, F. (1988). *Peasant Economics*. Cambridge University Press, Cambridge.
- Engemann, K.J., D.P. Filev et R.R. Yager (1996). Modelling decision making using immediate probabilities. *International Journal of General Systems* 24 (3) : 281-294.
- Fernandez-Santos, J., S. Zekri et A.C. Herruzo (1993). On-farm costs of reducing nitrogen pollution through BMP. *Agriculture, ecosystems and environment* 45: 1-11.
- Fishburn, P.C. (1977). Mean-risk analysis with risk associated with below-target returns. *American Economic Review* 67 (2) : 116-126.
- Fisher, R.A. (1920). A mathematical examination of the methods determining the accuracy of an observation by the mean error, and by the mean square error. *Royal Astronomical Society (Monthly Notes)* 80: 758-769.
- Fiske, W.A., G.E. D'souza, J.J. Fletcher et T.T. Phipps (1994). An economic and environmental assessment of alternative forage-resource production systems: a goal-programming approach. *Agricultural Systems* 45 (1994) : 259-270.

## Annexe 1: Bibliographie générale

- Fleming, E.M. et J.B. Hardaker (1993). Micro-level approaches to analysing rural development problems. *Review of Marketing and Agricultural Economics* 61 (2) : 213-226.
- Flichman, G. et D. Jourdain (1996). Economic policy and water pollution. In "Symposium of the International Association of Agricultural Economists: Economics of Agro-chemicals", Wageningen, Netherlands.
- Freund, R.J. (1956). The introduction of risk into a programming model. *Econometrica* 24: 253-263.
- Gayant, J.-P. (1995). Généralisation de l'espérance d'utilité en univers risqué, représentation et estimation. *Revue économique* (1995) : 1047-1061.
- Greene, C.R., R.A. Kramer, G.W. Norton et E.G. Rajotte (1985). An economic analysis of soybean integrated pest management. *American Journal of Agricultural Economics* 67: 567-568.
- Hadar, J. et W.R. Russell (1969). Rules for ordering uncertain prospects. *American Economic Review* 59: 25-34.
- Hanoch, G. et H. Levy (1969). The efficiency analysis of choices involving risk. *Review of Economic Studies* 36: 335-346.
- Hardaker, J.B., S. Pandey et L.H. Patten (1991). Farm planning under uncertainty: a review of alternative programming models. *Review of Marketing and Agricultural Economics* 59 (1) : 9-22.
- Hazell, P.B. (1970). Game theory: an extension of its application to farm planning under uncertainty. *Journal of Agricultural Economics* 21: 239-252.
- Hazell, P.B.R. (1971). A linear alternative to quadratic and semivariance programming for farm planning under uncertainty. *American Journal of Agricultural Economics* 53: 53-62.
- Hazell, P.B.R. (1982). Application of risk preference estimates in firm-household and agricultural sector models. *American Journal of Agricultural Economics* 64 (May 1982) : 384-390.
- Hazell, P.B.R. et R.D. Norton (1986). *Mathematical programming for economic analysis in agriculture*. Macmillan Publishing Company, New York, pp. 400.
- Huijsman, A. (1986). Choice and uncertainty in a semi-subsistence economy. PhD. Thesis, Agricultural University Wageningen, Wageningen.
- Jaeger, W.K. et P.J. Matlon (1990). Utilization, profitability and the adoption of animal draft power in West Africa. *American Journal of Agricultural Economics* 72 (1) : 35-48.
- Jha, B.K. (1995). Trade-off between return and risk in farm planning: MOTAD and target MOTAD approach. *Indian Journal of Agricultural Economics* 50 (2) : 193-199.
- Jourdain, D.J. (1995). Utilisation des modèles bio-économiques pour l'analyse des stratégies de protection des plantes: faisabilité, problèmes théoriques, Documents de travail 6-95. CIRAD-CA, Montpellier.
- Jourdain, D.J. (1996). Tradeoffs between environmental and economic impact of agricultural policies: application to agricultural inputs. In "Conference on integrating environmental assessment and socio-economic appraisal in the development process", Bradford, England.
- Just, R.E. et R.D. Pope (1979). Production function estimation and related risk considerations. *American Journal of Agricultural Economics* 61: 276-284.
- Kahneman, D. et A. Tversky (1979). Prospect theory: an analysis of decision making under risk. *Econometrica* (47) : 263-291.
- Karni, E. et Z. Safra (1995). The impossibility of experimental elicitation of subjective probabilities. *Theory and Decision* 38: 313-320.
- Kataoka, S. (1963). Stochastic programming model. *Econometrica* 31 (1-2) : 181-196.
- Kawaguchi, T. et Y. Murayama (1972). Generalized constrained games in farm planning. *American Journal of Agricultural Economics* 54: 591-602.

## Annexe 1: Bibliographie générale

- Knight, F.H. (1921). Risk, uncertainty and profit. Houghton Mifflin Co., Boston.
- Kramer, R.A. et R.D. Pope (1981). Participation in farm commodity programs: a stochastic dominance analysis. *American Journal of Agricultural Economics* 63: 119-128.
- Lambert, D.K. et B.A. McCarl (1985). Risk modelling using direct solution of nonlinear approximations of the utility function. *American Journal of Agricultural Economics* 67: 846-852.
- Levy, H. et G. Hanoch (1970). Relative effectiveness of efficiency criteria for portfolio selection. *Journal of Finance and Quantitative Analysis* 5 (1) : 63-76.
- Maleka, P. (1993). An application of target MOTAD model to crop production in Zambia: Gwembe Valley as a case study. *Agricultural Economics* 9: 15-35.
- Markowitz, H. (1952). Portfolio selection. *Journal of Finance* 7 (Mar. 1952) : 77-91.
- McInerney, J.P. (1967). Maximin programming: an approach to farm programming under uncertainty. *Journal of Agricultural Economics* 18: 279-289.
- McInerney, J.P. (1969). Linear programming and game theory models: some extensions. *Journal of Agricultural Economics* 20: 269-278.
- McSweeney, W.T., D.E. Kenyon et R.A. Kramer (1987). Toward an appropriate measure of uncertainty in a risk programming model. *American Journal of Agricultural Economics* 69 (1) : 87-96.
- Meyer, J. (1977). Choice among distributions. *Journal of Economic Theory* 14: 326-336.
- Millan, J.S. et J. Berbel (1994). A multicriteria model for irrigated agricultural planning under economic and technical risk. *Agricultural Systems* 44: 105-117.
- Misra, S.K. et S.R. Spurlock (1991). Incorporating the impacts of uncertain fieldwork time on whole-farm risk-return levels: a target MOTAD approach. *Southern Journal of Agricultural Economics*: 9 - 17.
- Moscardi, E. et A. de Janvry (1977). Attitudes toward risk among peasants: an econometric approach. *American Journal of Agricultural Economics* 59: 710-716.
- Munier, B. (1989). Calcul économique et révision de la théorie de la décision en avenir risqué. *Revue d'Economie Politique* 99 (2) : 276-306.
- Nakajima, C. (1969). Subsistence and commercial family farms: some theoretical models of subjective equilibrium. In "Subsistence farming and economic development". Aldine, Chicago.
- Nakajima, C. (1986). Subjective equilibrium theory of the farm household. Elsevier, Amsterdam.
- Novak, J.L., C.C. Mitchell et J.R. Crews (1990). Risk and sustainable agriculture: a target MOTAD analysis of the 92-year 'old rotation'. *Southern Journal of Agricultural Economics*: 145-153.
- Okunev, J. et J.L. Dillon (1988). A linear programming for determining Mean-Gini efficient farm plans. *Agricultural Economics* 2: 273-285.
- Patten, L.H., B. Hardaker et D.J. Pannell (1988). Utility efficient programming for whole-farm planning. *Australian Journal of Agricultural Economics* 32 (2 & 3) : 88-97.
- Porter, R.B. (1974). Semivariance and stochastic dominance: a comparison. *American Economic Review* 64: 200-204.
- Pratt, J.W. (1964). Risk aversion in the small and in the large. *Econometrica* 32 (1-2) : 122-136.
- Quiggin, J. (1982). A theory of anticipated utility. *Journal of economic behavior and organisation* 3: 323-343.
- Quirk, J. et R. Saposnik (1962). Admissibility and measurable utility functions. *Review of Economic Studies* 29: 140-146.
- Rae, A.N. (1971a). An empirical application and evaluation of discrete stochastic programming.

## Annexe 1: Bibliographie générale

- American Journal of Agricultural Economics 53: 625-638.
- Rae, A.N. (1971b). Stochastic programming, utility and sequential decision problems in farm management. *American Journal of Agricultural Economics* 53: 448-460.
- Rehman, T. et C. Romero (1993). The application of the MCDM paradigm to the management of agricultural systems: some basic considerations. *Agricultural Systems* 41: 239-255.
- Roe, T. et T. Graham-Tomasi (1986). Yield risk in a dynamic model of the agricultural household. *In* "Agricultural households models: extensions, applications and policy" (I. Singh, L. Squire et J. Strauss, eds.), pp. 253-274. John Hopkins University Press, Baltimore and London.
- Romero, C., T. Rehman et J. Domingo (1989). Compromise-risk programming for agricultural resource allocation problems: an illustration. *Journal of Agricultural Economics* 39: 271 - 276.
- Rosenweig, M.R. et H.P. Binswanger (1993). Wealth, weather risk and the composition and profitability of agricultural investments. *The Economic Journal* 103: 36-78.
- Rothschild, M. et J.E. Stiglitz (1970). Increasing risk: I. A definition. *Journal of Economic Theory* 2 (March 1970) : 225-243.
- Roumasset, J.A., J.-M. Boussard et I. Singh, eds. (1979). "Risk, uncertainty and agricultural development," pp. 453. SEARCA and ADC, Laguna, Philippines.
- Roy, A.D. (1952). Safety first and the holding of assets. *Econometrica* 20: 431-449.
- Sadoulet, E. et A. de Janvry (1995). Quantitative development policy analysis. The John Hopkins University Press, Baltimore and London, pp. 397.
- Schans, J. (1991). Optimal potato production systems with respect to economic and ecological goals. *Agricultural Systems* 37: 387-397.
- Schultz, T.W. (1964). Transforming traditional agriculture. Yale University, Corn, New Haven.
- Shalit, H. (1995). Mean-Gini analysis of stochastic externalities: the case of groundwater contamination. *Environmental and Resource Economics* 6: 37-52.
- Singh, I. et S. Janakiram (1986). Agricultural household modeling in a multicrop environment: case studies in Korea and Nigeria. *In* "Agricultural households models: extensions, applications and policy" (I. Singh, L. Squire et J. Strauss, eds.), pp. 95-115. John Hopkins University Press, Baltimore and London.
- Singh, I., L. Squire et J. Strauss, eds. (1986a). "Agricultural households models: extensions, applications and policy,". John Hopkins University Press, Baltimore and London.
- Singh, I., L. Squire et J. Strauss (1986b). The basic model: theory, empirical results and policy conclusions. *In* "Agricultural households models: extensions, applications and policy" (I. Singh, L. Squire et J. Strauss, eds.), pp. 17-47. John Hopkins University Press, Baltimore and London.
- Starmer, C. (1996). Explaining risky choices without assuming preferences. *Social Choice and Welfare* 13: 201-213.
- Tauer, L.W. (1983). Target MOTAD. *American Journal of Agricultural Economics* 65: 606-610.
- Tchayanov, A. (1925). L'organisation de l'économie paysanne. Librairie du regard, Paris, pp. 344.
- Teague, M.L., D.J. Bernardo et H.P. Mapp (1995). Farm-level economic analysis incorporating stochastic environmental risk assessment. *American Journal of Agricultural Economics* 77: 8-19.
- Telser, L. (1955). Safety first and hedging. *Review of Economic Studies* 23 (1) : 1-16.
- Townsend, R.M. (1994). Risk and insurance in village India. *Econometrica* 61 (3) : 539-591.
- Vickson, R.G. (1975). Stochastic dominance tests for decreasing absolute risk aversion, I. Discrete random variables. *Management Science* 21 (12) : 1438-1446.

## Annexe 1: Bibliographie générale

- Vriend, N.J. (1996). Rational behavior and economic theory. *Journal of Economic Behavior and Organization* 29: 263-285.
- Wakker, P. (1994). Separating marginal utility and probabilistic risk aversion. *Theory and Decision* 36: 1-44.
- Walker, T.S. et N.S. Jodha (1986). How small farm households adapt to risk. *In* "Crop Insurance for Agricultural Development" (P. Hazell, C. Pomerada et A. Valdés, eds.), pp. 17-34. Johns Hopkins University Press, Baltimore.
- Watts, M.J., L.J. Held et G.A. Helmers (1984). A comparison of target MOTAD to MOTAD. *Canadian Journal of Agricultural Economics* 32 (March 1984) : 175-185.
- Whitmore, G.A. (1970). Third degree stochastic dominance. *American Economic Review* 60: 457-459.
- Wicks, J.A. et W.B. Guise (1978). An alternative solution to linear programming problems with stochastic input-output coefficients. *Australian Journal of Agricultural Economics* 22 (1) : 22-40.
- Wossink, G.A.A., T.J. De Koeijer et J.A. Renkema (1992). Environmental-economic policy assessment: a farm economic approach. *Agricultural Systems* 39: 421-438.
- Yaari, M. (1987). The dual theory of choice under risk. *Econometrica* 55 (1) : 95-105.
- Yager, R.R. (1988). On ordered weighted averaging aggregation operators in multi-criteria decision making. *IEE Transactions on systems, man and cybernetics* 18: 183-190.
- Yitzhaki, S. (1982). Stochastic dominance, mean variance, and Gini's mean difference. *American Economic Review* 72 (1) : 178-185.
- Yu, P.L. (1973). A class of solutions for group decision problems. *Management Science* 19: 936-946.
- Zekri, S. et L.M. Albisu (1993). Economic impact of soil salinity in agriculture. A case study of Bardenas area, Spain. : 369-386.
- Zekri, S. et A.C. Herruzo (1994). Complementary instruments to EEC nitrogen policy in non-sensitive areas: a case study in Southern Spain. *Agricultural Systems* 46 (1994) : 245-255.
- Zeleny, M. (1982). Multiple criteria decision-making. McGraw-Hill, New York.
- Zhu, M., D.B. Taylor et S.C. Sarin (1993). A multi-objective dynamic programming model for evaluation of agricultural management systems in Richmond County, Virginia. *Agricultural Systems* 42: 127-152.

**Un exemple commun**

Les annexes 3 à 7 traiterons d'un cas d'école. Nous avons repris l'exemple de Hazell (1971), et nous avons utilisé les différentes formulations du risque pour en présenter les résultats:

Une exploitation dispose de 200 ha de terres, et d'une main d'oeuvre familiale équivalente à 10.000 heures de travail annuel. L'agriculteur a le choix entre 4 cultures. Chaque culture dégage une marge brute moyenne et nécessite un nombre d'heure moyen de travail présentés dans le tableau ci-dessous.

	C1	C2	C3	C4
Marge brute moyenne (pesos)	253	443	420	579
Besoin en travail	25	36	27	87

Des contraintes de rotations existent qui font que les surfaces de C1 et C3, ne peuvent dépasser celles de C2 et C4.

En outre, on peut distinguer 6 'états de nature'. Pour chaque année caractéristique d'un état de nature, on obtient des marges différentes représentées dans le tableau ci-dessous:

	C1	C2	C3	C4
A1	292	-128	420	579
A2	179	560	187	639
A3	114	648	366	379
A4	247	544	249	924
A5	426	182	322	5
A6	259	850	159	569

Si l'on résoud le problème déterministe, on obtient les solutions suivantes

Revenu dégagé: 77.996 pesos

Cultures choisies:

C1	C2	C3	C4
0	27.5	100	72.5

On utilisera les différents modèles pour approcher la décision de l'agriculteur, compte tenu des hypothèses de comportements supposés.

**Modèle E,V: Formalisation**

$$\text{Minimiser } V = \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^J X_j X_k \sigma_{jk} \quad (1)$$

Sous les contraintes:

$$\sum_{j=1}^n \bar{c}_j X_j = \lambda \quad \text{avec } \lambda = 0 \rightarrow \infty \quad (2)$$

$$\sum_{j=1}^J a_{rj} X_j \leq b_r \quad \forall r = 1 \text{ à } R \quad (4)$$

$$X_j \geq 0 \quad \forall j = 1 \text{ à } J \quad (3)$$

avec

- $X_j$  le niveau des activités (endogène)
- $\sigma_{jk}$  le coefficient de variance/covariance
- $\lambda$  le niveau de revenu paramétré (exogène)
- $a_{rj}$  le coefficient technique (input/output) (exogène)
- $c_j$  la marge moyenne de l'activité j (exogène)

**Modèles E,V: Programmes LINGO**

```

MODEL:
Title Espérance-Variance;

SETS:
CULT /C1 C2 C3 C4/: EMB, X, LAB, ROT;
YEAR /Y1 Y2 Y3 Y4 Y5 Y6/ : P;          !Probabilités d'apparition;
MARB(YEAR, CULT): MB;                  !Marges brutes annuelles;
CV(CULT, CULT): COV;                   !Covariance entre MB;
ENDSETS

@FOR(CULT(c): @SUM(YEAR(t): MB(t,c)) / @SIZE(YEAR) = EMB(c) );
@FOR(CV(i,j):
@SUM(YEAR(t): (MB(t,i)-EMB(i))*(MB(t,j)-EMB(j)))/(@SIZE(YEAR)-1) =
COV(i,j) );

VAR = @SUM(CV(k,j): X(j)*X(k)*COV(j,k));

MIN = VAR ;
REV = @SUM(CULT: EMB * X);
!Les contraintes;
!Revenu minimum paramétré;
REV > LAMBDA;
!Travail;
@SUM(CULT: LAB * X) < TTRAV;
!Terre;
@SUM(CULT: X) < TTERR;
!Rotation;
@SUM(CULT: ROT * X) < 0;
@FOR(CV: @FREE(COV));

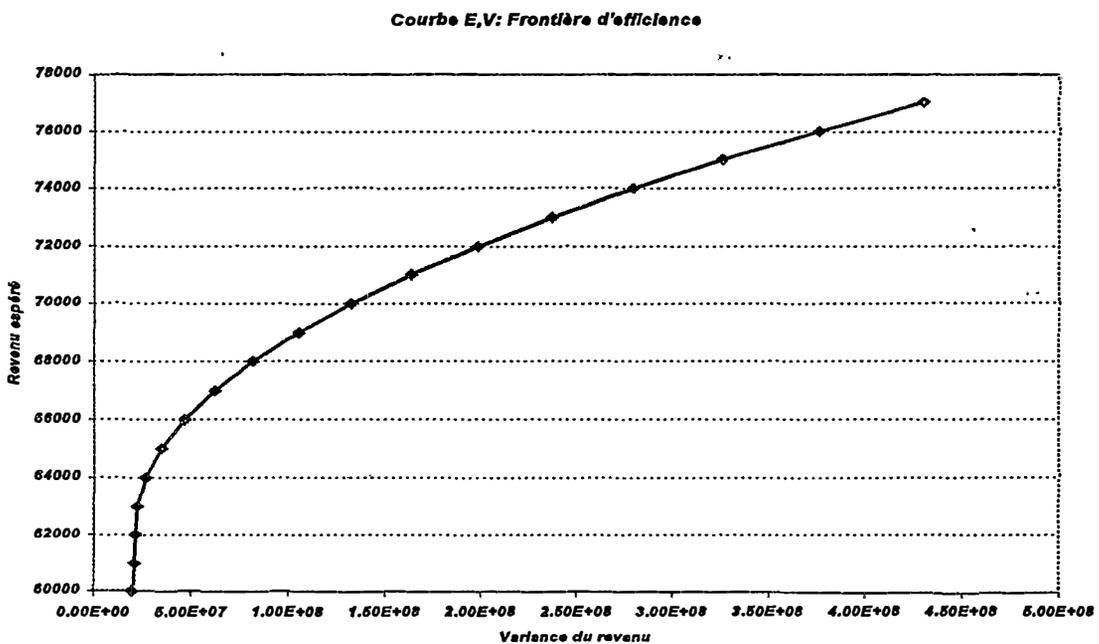
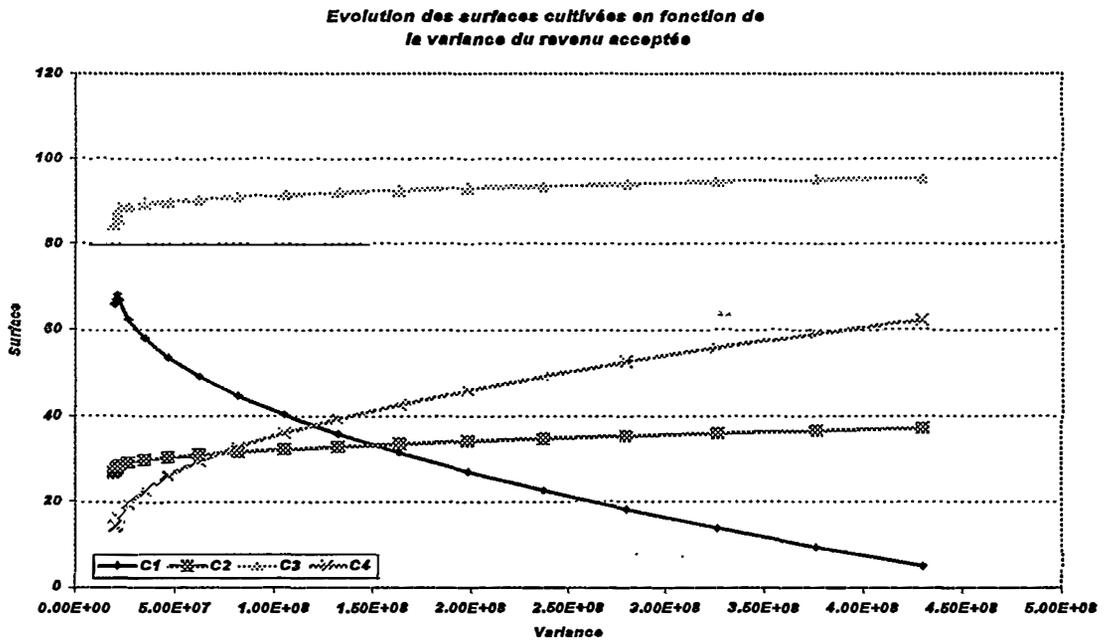
DATA:
LAB = 25 36 27 87;
ROT = -1 1 -1 1;
MB = 292 -128 420 579
    179 560 187 639
    114 648 366 379
    247 544 249 924
    426 182 322 5
    259 850 159 569;

TTRAV = 10000;
TTERR = 200;
LAMBDA = @OLE('EV.XLS', 'LAM1');
@OLE('EV.XLS', 'SURF1', 'REV1')= X, VAR;

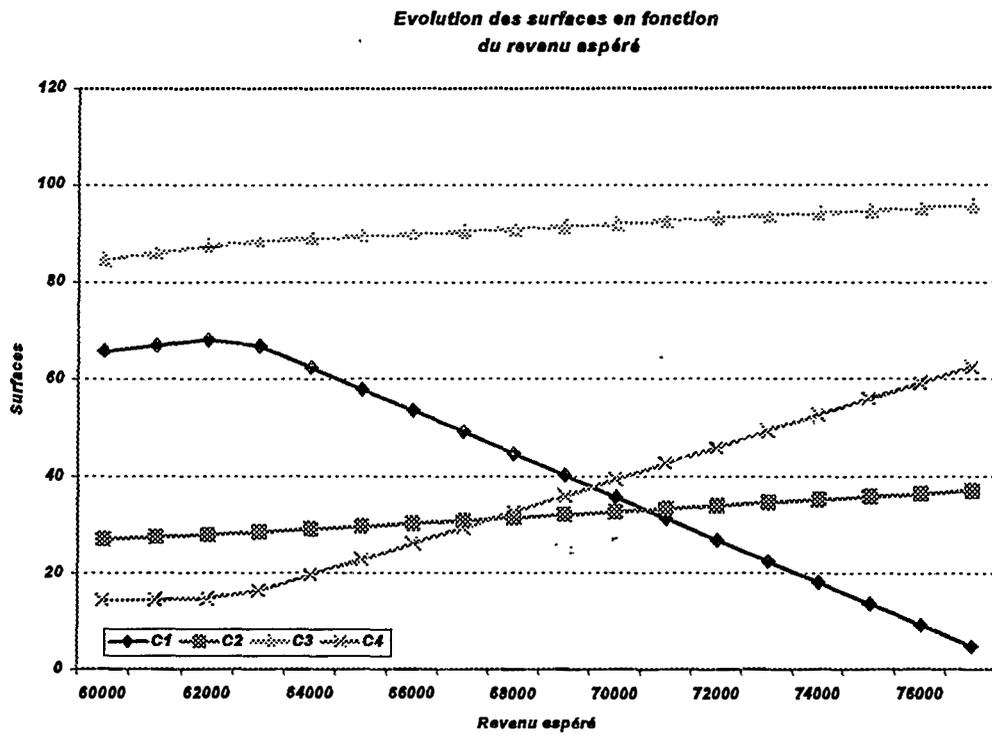
ENDDATA
END

```

Modèles E,V: Résultats



### Annexe 3: Exemple traité avec la méthode E,V



**Modèle MOTAD: Formalisation**

$$\text{Minimiser } \sqrt{W} = \sum_{t=1}^T (DEV_t^+ + DEV_t^-) \quad (1)$$

Sous les contraintes:

$$\sum_{j=1}^J (c_{jt} - \bar{c}_j) X_j - DEV_t^+ + DEV_t^- = 0 \quad \forall t = 1 \text{ à } T \quad (2)$$

$$\sum_{j=1}^J \bar{c}_j \cdot X_j = \lambda \quad \text{avec } \lambda = 0 \rightarrow \infty \quad (3)$$

$$\sum_{j=1}^J a_{rj} \cdot X_j \leq b_r \quad \forall r = 1 \text{ à } R \quad (4)$$

$$X_j \geq 0 \quad \forall j = 1 \text{ à } J \quad (5)$$

avec

- $X_j$  le niveau des activités (endogène)
- $\lambda$  le niveau de revenu paramétré (exogène)
- $a_{rj}$  le coefficient technique (input/output) (exogène)
- $c_j$  la marge moyenne de l'activité j (exogène)

**Modèle MOTAD: Programmes LINGO**

```

MODEL:
SETS:
CULT /C1 C2 C3 C4/: EMB, X, LAB, ROT;
AN /Y1 Y2 Y3 Y4 Y5 Y6/ : P, DEVP, DEVM;
ANCULT(AN, CULT): MB;           !Marges brutes annuelles;
ENDSETS

@FOR(CULT(c): @SUM(AN(t): MB(t,c)) / @SIZE(AN) = EMB(c) );

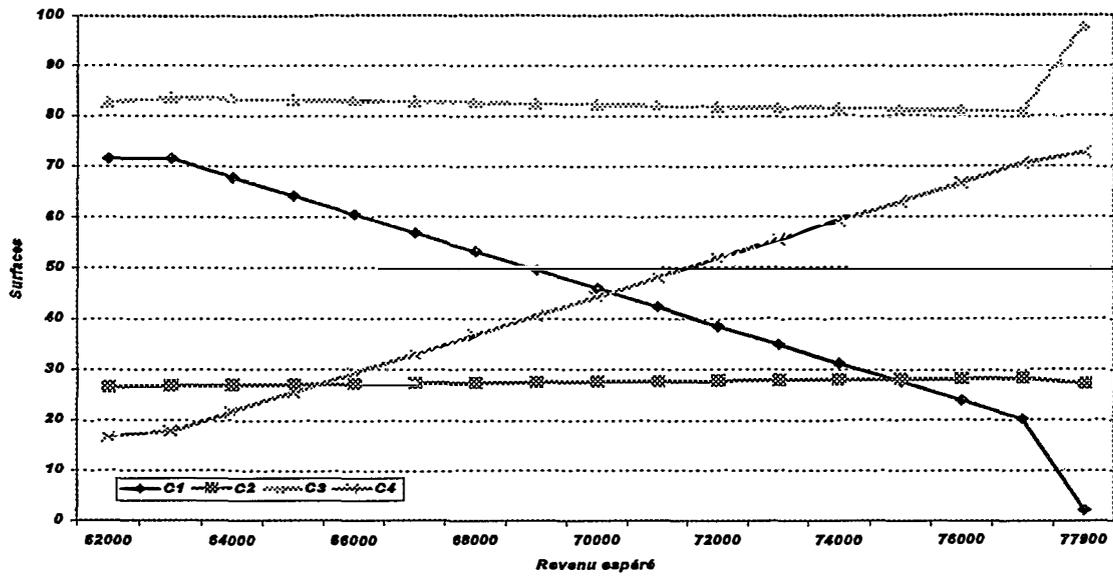
MIN = Z;
Z = @SUM(AN: DEVP + DEVM) ;
! Revenu moyen paramétré;
@SUM(CULT: EMB * X) > LAMBDA;
!Les contraintes;
!Travail;
@SUM(CULT: LAB * X) < TTRAV;
!Terre;
@SUM(CULT: X) < TTERR;
!Rotation;
@SUM(CULT: ROT * X) < 0;
! Calcul des déviations ;
@FOR(AN(t):
@SUM(ANCULT(t,c): (MB(t,c)-EMB(c)) * X(c))
+ DEVM(T) - DEVP(T) = 0 );

DATA:
LAMBDA = @OLE('MOTAD!','LAMB1');
@OLE('MOTAD', 'SURF1') = X;
@OLE('MOTAD', 'DEVM1')= Z;
LAB = 25 36 27 87;
ROT = -1 1 -1 1;
MB = 292 -128 420 579
179 560 187 639
114 648 366 379
247 544 249 924
426 182 322 5
259 850 159 569;
TTRAV = 10000;
TTERR = 200;
ENDDATA
END

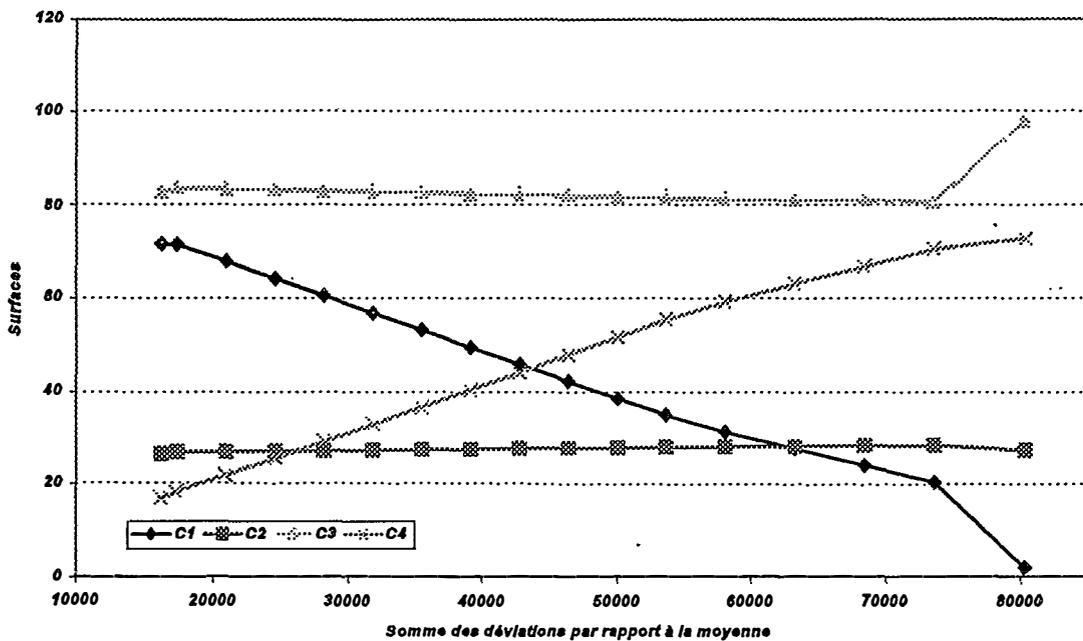
```

## Annexe 4: Exemple traité avec MOTAD

Evolution des surfaces cultivées en fonction du revenu espéré

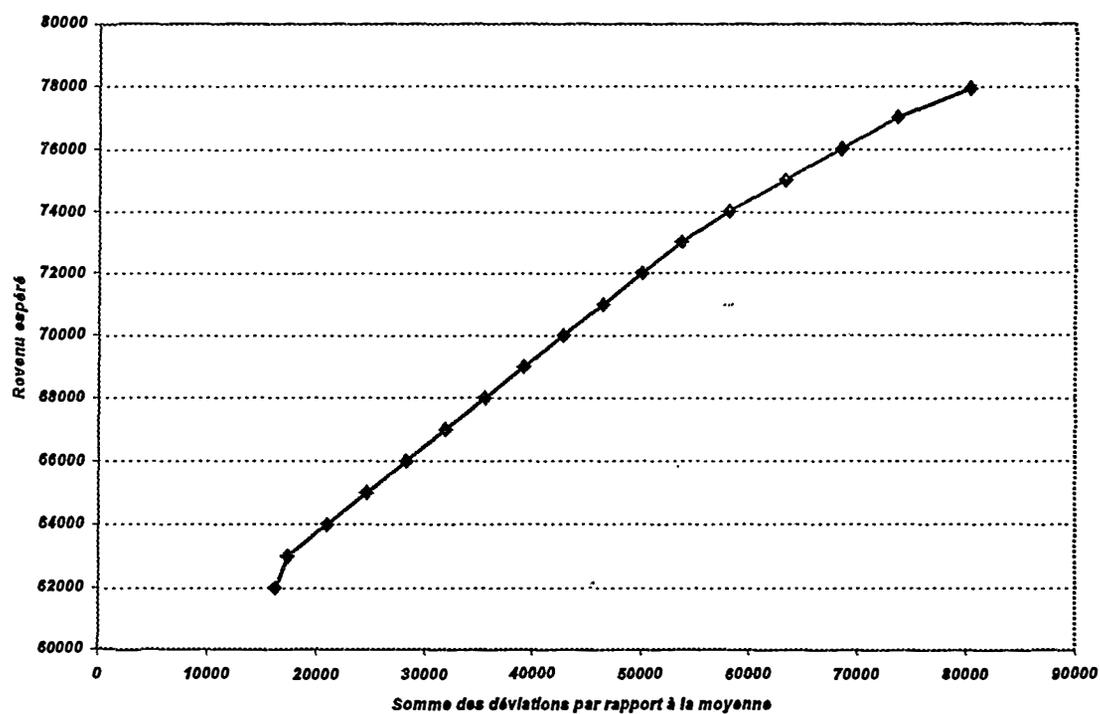


Evolution des surfaces cultivées en fonction de des déviations par rapport à la moyenne



## Annexe 4: Exemple traité avec MOTAD

*Courbe d'effcience E, DEV*



## Annexe 5: Exemple traité avec la méthode Moyenne-Gini

### Modèle Mean-GINI: Formalisation

$$\text{Minimiser } \sum_{t=1}^T \sum_{t>u}^T DEV_{tu}^+ + DEV_{tu}^- \quad (1)$$

sous les contraintes:

$$\sum_{j=1}^J (c_{jt} - c_{ju}) \cdot X_j - DEV_{tu}^+ + DEV_{tu}^- = 0 \quad \forall t=1 \text{ à } T \text{ et } \forall u>t \quad (2)$$

$$\sum_{j=1}^J \bar{c}_j \cdot X_j = \lambda \quad (3)$$

$$\sum_{j=1}^J a_{rj} \cdot X_j \leq b_r \quad \forall r = 1 \text{ à } R \quad (4)$$

$$X_j \geq 0 \quad \forall j = 1 \text{ à } J \quad (5)$$

avec

- $X_j$  le niveau des activités (endogène)
- $\lambda$  le niveau de revenu paramétré (exogène)
- $a_{rj}$  le coefficient technique (input/output) (exogène)
- $c_j$  la marge moyenne de l'activité j (exogène)

## Annexe 5: Exemple traité avec la méthode Moyenne-Gini

### Modèle Mean-GINI: Programmes LINGO

```

MODEL:
SETS:
CULT /C1 C2 C3 C4/: EMB, X, LAB, ROT;
YEAR /Y1 Y2 Y3 Y4 Y5 Y6/ : P;          ! Probabilités d'apparition;
YY(YEAR, YEAR) : DEVPL, DEVMOI;
MARB(YEAR, CULT): MB;                  !Marges brutes annuelles;
ENDSETS

@FOR(CULT(c): @SUM(YEAR(t): MB(t,c)) / @SIZE(YEAR) = EMB(c) );

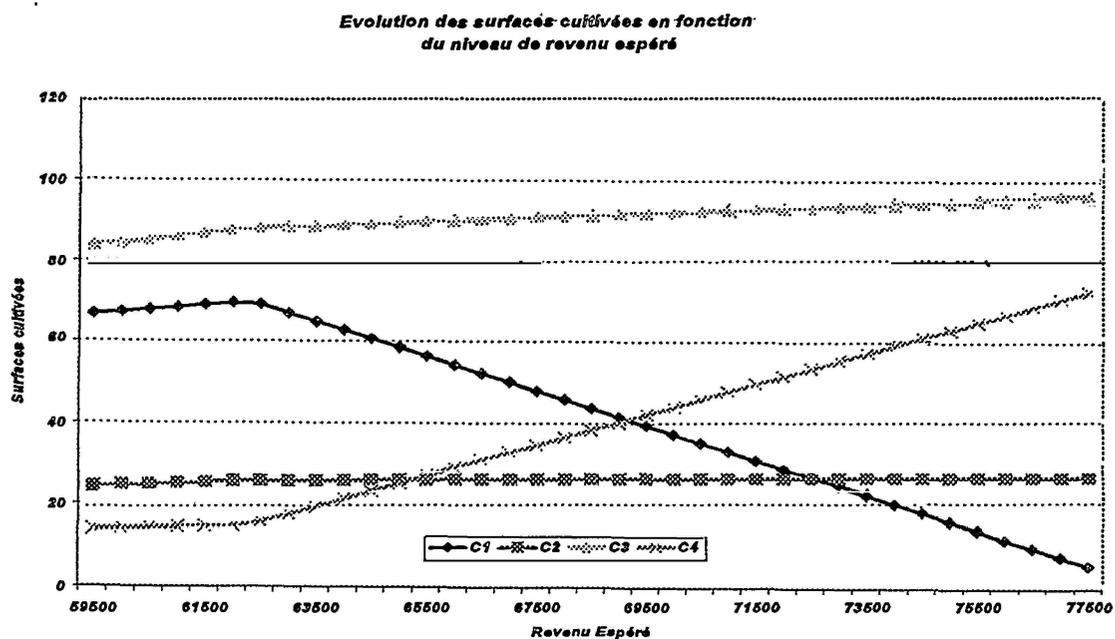
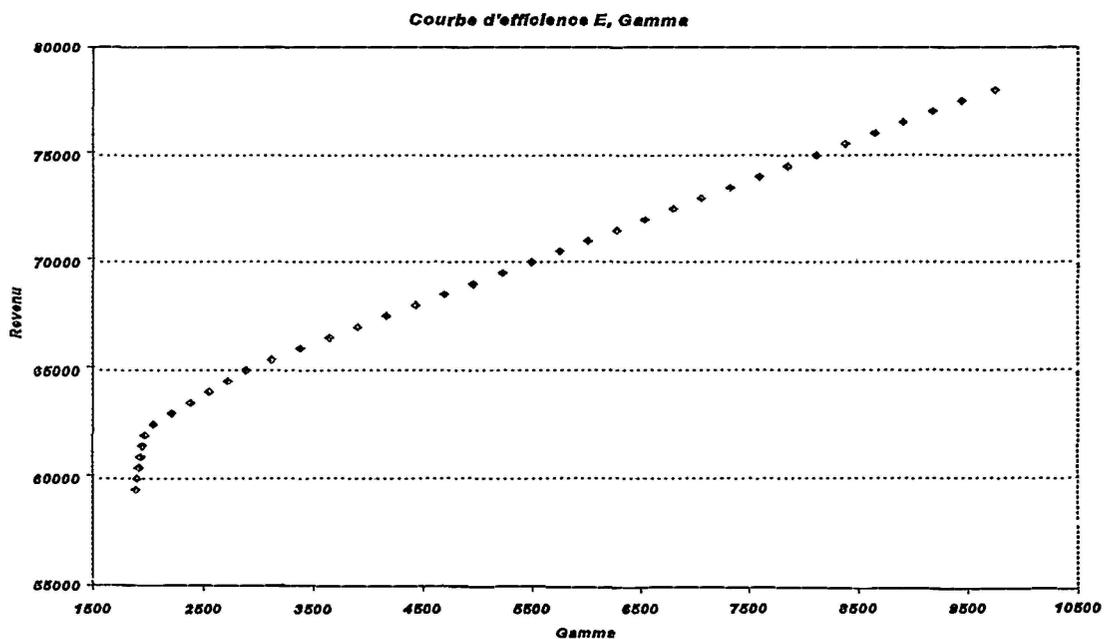
MIN = XX;
XX = @SUM(YY(i,j) | j #GT# i : DEVPL(i,j) + DEVMOI(i,j) ) ;
GAM = XX / (@SIZE(YEAR)^2);

!Définition des écarts deux a deux;
@FOR(YY(i,j) | j #GT# i :
    @SUM(CULT(c): (MB(i,c) - MB(j,c))*X(c) )
    - DEVPL(i,j) + DEVMOI(i,j) = 0 );
!Les contraintes;
!Revenu minimum paramétré;
@SUM(CULT: EMB * X) > LAMBDA;
!Travail;
@SUM(CULT: LAB * X) < TTRAV;
!Terre;
@SUM(CULT: X) < TTERR;
!Rotation;
@SUM(CULT: ROT * X) < 0;

DATA:
LAB = 25 36 27 87;
ROT = -1 1 -1 1;
MB = 292 -128 420 579
    179 560 187 639
    114 648 366 379
    247 544 249 924
    426 182 322 5
    259 850 159 569;
TTRAV = 10000;
TTERR = 200;
LAMBDA = @OLE( 'GINI.XLS', 'LAMBDA1');
! Exporter les résultats quand terminé;
@OLE('GINI.XLS', 'SURF1', 'DUAL1', 'GAM1')= X, @DUAL(X), GAM;
ENDDATA
END

```

Modèle Mean-GINI: Résultats



Cet algorithme permet d'obtenir les solutions  $MI^*$  efficaces. Il faut cependant éliminer de cet ensemble les solutions dominées en terme de MG. On doit donc éliminer les solutions ayant la même

## Annexe 5: Exemple traité avec la méthode Moyenne-Gini

valeur de  $E-T$ , mais une moyenne inférieure [Yitzhaki, 1982 #760]. Après examination, tous les plans sont dominés. Il reste le plan optimal initial correspondant au résultat sans risque (attitude neutre vis à vis du risque). Cela conforte les résultats présentés par ailleurs qui précisent que cette méthode doit être réservée aux décisions où l'aversion au risque est faible.

## Annexe 6: Exemple traité avec Target MOTAD

### Modèle target MOTAD: Formalisation

$$\text{Maximiser } E = \sum \bar{c}_j \cdot X_j \quad (1)$$

Sous les contraintes de:

$$Y_0 - \sum c_{jt} \cdot X_j - DEV_t^- \leq 0, \quad \forall t = 1 \dots T \quad (2)$$

$$\sum p_t \cdot DEV_t^- \leq \lambda_{ECO} \quad (3)$$

et les contraintes habituelles:

$$X_j \geq 0 \quad \forall j = 1 \text{ à } J \quad (4)$$

$$\sum_{j=1}^J a_{rj} \cdot X_j \leq b_r \quad \forall r = 1 \text{ à } R \quad (5)$$

avec

t	les indices des états de nature
Y <sub>0</sub>	le revenu minimal recherché (exogène)
DEV <sub>t</sub> <sup>-</sup>	les écarts négatifs par rapport au revenu minimal (endogène). DEV est un nombre positif par définition.
p <sub>t</sub>	les probabilités associées aux différents états de nature
λ <sub>ECO</sub>	un paramètre, qui détermine la baisse maximale acceptable en dessous du revenu minimum.

## Annexe 6: Exemple traité avec Target MOTAD

### Modèle target MOTAD: programmes LINGO

```
MODEL:
Title Target MOTAD;

SETS:
CULT /C1 C2 C3 C4/: EMB, X, LAB, ROT;
AN /Y1 Y2 Y3 Y4 Y5 Y6/ : P, DEV;      ! Probabilités d'apparition;
ANCULT(AN, CULT): MB;                !Magres brutes annuelles;
ENDSETS

@FOR(CULT(c): @SUM(AN(t): MB(t,c)) / @SIZE(AN) = EMB(c) );

MAX = Z;
Z = @SUM(CULT: X * EMB) ;

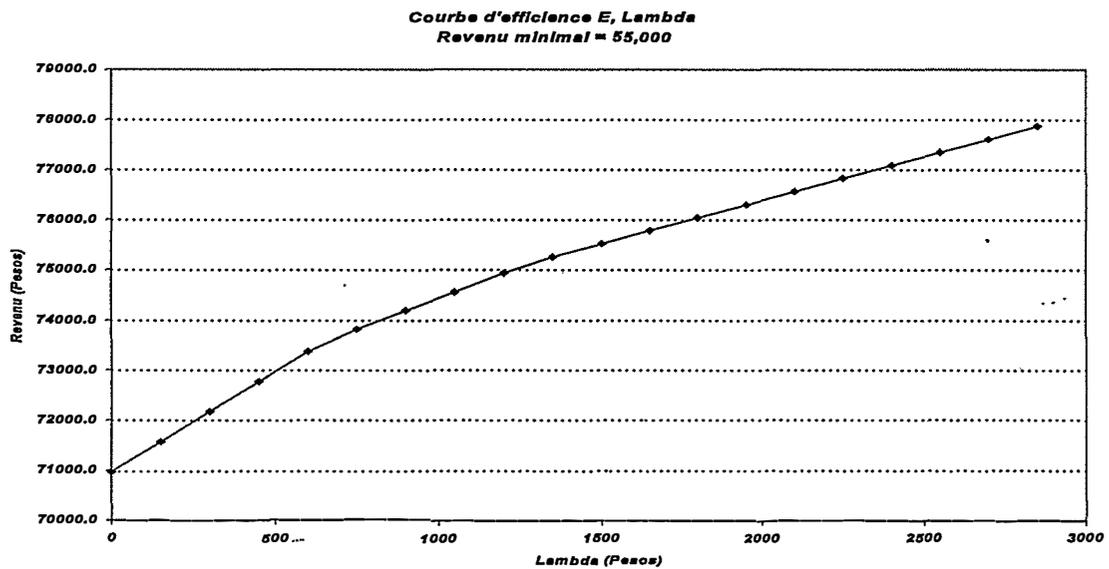
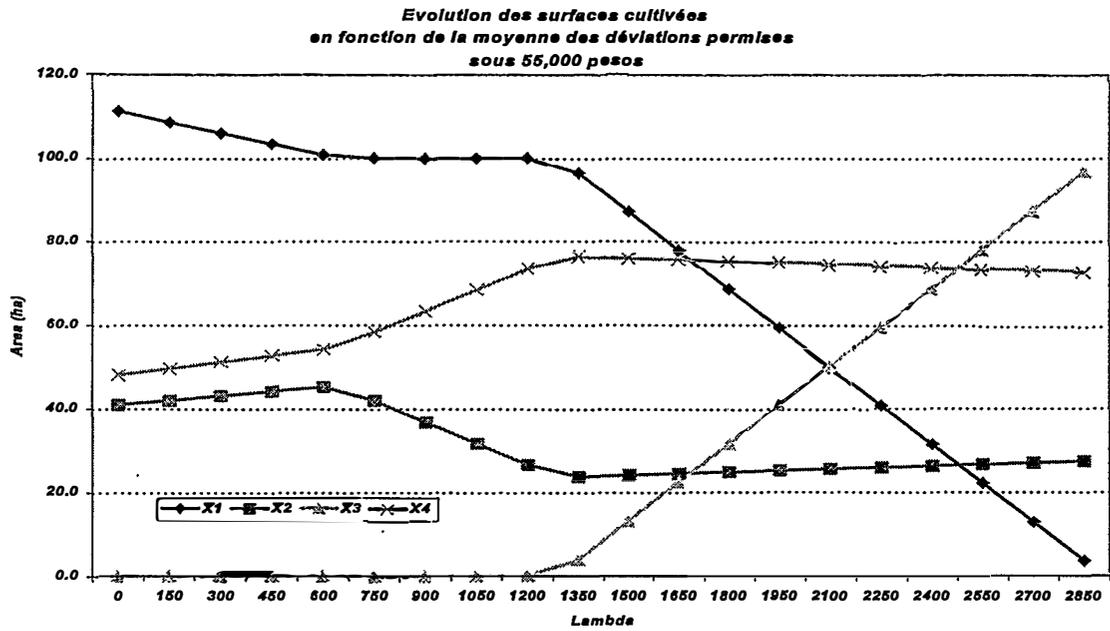
!Les contraintes;
!Travail;
@SUM(CULT: LAB * X) < TTRAV;
!Terre;
@SUM(CULT: X) < TTERR;
!Rotation;
@SUM(CULT: ROT * X) < 0;
! Calcul des déviations négatives;
@FOR(AN(t):
    @SUM(ANCULT(t,c): MB(t,c) * X(c)) + DEV(T) > LIM );
! Moyenne des déviations en dessous de LIM;
@SUM(AN: DEV)/@SIZE(AN) = LAMBDA;

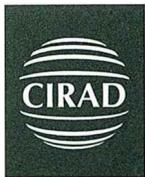
DATA:
LIM = 55000;
LAMBDA = @OLE('TMOTAD', 'LAM1');
@OLE('TMOTAD', 'SURF1') = X;
@OLE('TMOTAD', 'REV1') = Z;
LAB = 25 36 27 87;
ROT = -1 1 -1 1;
MB = 292 -128 420 579
    179 560 187 639
    114 648 366 379
    247 544 249 924
    426 182 322 5
    259 850 159 569;
TTRAV = 10000;
TTERR = 200;
ENDDATA

END
```

## Annexe 6: Exemple traité avec Target MOTAD

### Modèle target MOTAD: Résultats





Centre  
de coopération  
internationale  
en recherche  
agronomique  
pour le  
développement

**Département  
des cultures  
annuelles  
Cirad-ca**

**Programme  
écosystèmes  
cultivés**

Avenue  
Agropolis  
BP 5035  
34032 Montpellier  
Cedex 1  
France

téléphone :  
33 04 67 61 56 43

télécopie :  
33 04 67 61 71 60