DKL476643

ANALYSES COMPARATIVES DE LA PRODUCTIVITÉ DES POPULATIONS D'OVINS EN ÉLEVAGE TRADITIONNEL TROPICAL : UNE APPROCHE PAR LES MODÈLES MATRICIELS EN TEMPS DISCRET

M. LESNOFF et R. LANCELOT

CIRAD – EMVT, Programme Productions Animales
CIRAD TA 30/A, Campus International de Baillarguet, 34398 Montpellier Cedex 5 , France

INTRODUCTION

Les méthodes permettant de quantifier la productivité des populations domestiques ont pour buts de réaliser le diagnostic zootechnique d'un système de production (pouvant se limiter à une exploitation), de le comparer avec d'autres systèmes ou d'évaluer l'effet d'une intervention zootechnique ou sanitaire sur ce système. Une méthode fréquemment rencontrée en élevage tropical fait appel aux "modèles de production à l'équilibre" décrits dans la littérature zootechnique anglophone sous le nom de *steady-state models* (Upton, 1989 pour revue). Ces modèles font partie des modèles matriciels en temps discret, introduits par Leslie (Leslie, 1945). Ils décomposent la population en catégories d'animaux, définies par exemple par leur sexe et leur classe d'âge. L'état de la population au temps t est décrit par un vecteur x(t) dont les composantes représentent les effectifs des animaux présents dans les catégories. Une équation matricielle $x(t + 1) = A\ x(t)$ prédit par récurrence l'effectif des animaux présents dans chaque catégorie aux temps t + 1, t + 2, etc. La matrice de projection A, dite matrice de Leslie, contient les paramètres démographiques naturels (fécondité et mortalité naturelle) et de gestion (exploitation et importation des animaux dans les troupeaux) pour les différentes catégories. Dans ces modèles, la productivité numérique de la population est définie par l'effectif total des animaux exploitables chaque année en situation d'équilibre démographique (la population est en situation d'équilibre lorsque son état en fin d'année est égal à son état initial).

Dans les applications en zootechnie tropicale, les modèles matriciels de production à l'équilibre ont été construits exclusivement pour des pas de temps annuels. Ces modèles sont peu adaptés pour les espèces à cycle de reproduction court (inférieur à l'année) et dont les mises bas surviennent tout au long de l'année, comme les petits ruminants domestiques tropicaux. En outre, ils ne permettent pas de prendre en compte la variabilité intra-annuelle des paramètres démographiques des populations, caractéristique pourtant importante des populations domestiques tropicales. Pour les petits ruminants en Afrique par exemple, l'alternance de saisons sèche et pluvieuse provoquent des stresses périodiques importants et des variations dans leurs performances zootechniques. Les abattages massifs lors de fêtes religieuses (p.e. la fête de la Tabaski), les ventes ou les confiages d'animaux entre éleveurs à certaines périodes de l'année provoquent de fortes variations saisonnières dans les taux d'exploitation des animaux.

Dans cette étude, nous présentons un modèle démographique permettant de représenter conjointement les variations inter et intra-annuelles des paramètres démographiques d'une population. Ce modèle, appelé modèle matriciel périodique

(Skellam, 1967 ; Caswell, 1989), décompose l'année en sous-périodes, nommées phases, et prédit l'évolution de la population de phase en phase (Lesnoff, 1999 pour une application). Nous présentons une méthode de calcul de productivité développée spécifiquement pour ce modèle (Lesnoff *et al.*, 2000). Nous proposons également une méthode d'inférence pour calculer les variances d'échantillonnage des productivités estimées, et permettant de calculer des intervalles de confiance et de construire des tests statistiques, problème souvent éludé dans la littérature. La méthode est appliquée à l'évaluation d'un plan de prophylaxie mis en œuvre en 1987 sur une population d'ovins dans la région de Kolda (partie sud du Sénégal, en Moyenne Casamance). L'objectif de l'étude était d'estimer les gains de productivité numérique obtenus par la prophylaxie (vaccination et vermifugation), ainsi que la rentabilité économique des traitements. Les résultats d'évaluation de ce plan sont détaillés dans Lesnoff *et al.* (2000). Certains résultats partiels avaient été présentés par ailleurs (Tillard, 1991 ; Faugère *et al.*, 1992).

LA MÉTHODE DE CALCUL DE PRODUCTIVITÉ

Introduction de la méthode : cas d'un modèle démographique à pas de temps annuel

On prend l'exemple d'un modèle représentant une population de femelles décomposée en trois stades d'âge : "1 an, 1-2 ans et > 2 ans (le cas des mâles est abordé par la suite). Le modèle est défini par les équations de récurrence (ici l'unité de temps est l'année) :

$$x_1(t+1) = s_0\,(m_1\,x_1(t) + m_2\,x_2(t) + m_3\,x_3(t)),$$
$$x_2(t+1) = s_1\,x_1(t),$$
$$x_3(t+1) = s_2\,x_2(t) + s_3\,x_3(t),$$

où s_i et m_i représentent respectivement les paramètres annuels moyens de survie et de fécondité pour les stade d'âge i (s0 représente le paramètre de survie des femelles nées dans l'année). Ces équations peuvent s'écrire sous la forme matricielle x(t + 1) = A x(t) ou :

$$\begin{bmatrix} x_1(t+1) \\ x_2(t+1) \\ x_3(t+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_0 m_1 & s_0 m_2 & s_0 m_3 \\ s_1 & 0 & 0 \\ 0 & s_2 & s_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{bmatrix}.$$

A long terme, la population décrite par ce modèle converge vers un état stable. La croissance de la population devient exponentielle, i.e. $x(t+1) \approx \lambda\, x(t)$, et le vecteur d'état x(t) converge vers une structure stable v (Caswell, 1989). Le taux de multiplication annuel asymptotique λ et la structure stable v sont calculés respectivement par la valeur propre dominante de la matrice A et son vecteur propre à droite associé.

Dans la méthode proposée, les paramètres de survie pour le stade d'âge i sont définis par $s_i = 1 - P_i(m) - P_i(e)$, où $P_i(m)$ et $P_i(e)$ représentent respectivement les probabilités de mort naturelle et d'exploitation dans l'année (pour simplifier, on suppose pour l'instant qu'il n'y a pas d'importation d'animaux). Le principe de la méthode est de

définir une structure d'exploitation de référence qui fixe l'importance respective des niveaux d'exploitation des différents stades d'âge (voir Lesnoff *et al.*, 2000 pour un exemple numérique). Cette structure est estimée d'après les données ou fixée *a priori*. Par exemple, la structure $\{P_{ref,0}, P_{ref,1}, P_{ref,2}, P_{ref,3}\} = \{0, 0, 1, 2\}$ signifie que seuls les stades d'âge 2 et 3 sont exploités, le stade 3 étant exploité deux fois plus que le stade 2. Les paramètres de survie sont définis par : $s_i = 1 - P_i(m) - \varphi\ P_{ref,i}(e)$, où φ est un scalaire déterminant le niveau global d'exploitation de la population. Lorsque $\varphi = 0$, la population n'est pas exploitée et le taux de multiplication annuel λ est en général supérieur à 1. Lorsque φ augmente, λ diminue. La méthode consiste à augmenter φ jusqu'à atteindre un taux de multiplication annuel λ_{obj} fixé comme objectif pour la population ($\lambda_{obj} = 1$ correspond à l'hypothèse d'équilibre démographique). Une fois φ_{obj} calculé, l'effectif des animaux de stade i exploités dans l'année est calculé par $\varphi_{obj} * P_{ref,i}(e) * v_i * n$, où v_i représente la composante i de la structure stable et n l'effectif total de la population (le vecteur v est standardisé tel que la somme de ses composantes soit égale à 1 ; v * n représente le vecteur d'état initial de la population). La productivité numérique, notée W, est définie par la somme des effectifs exploités dans l'année sur l'ensemble des stades d'âge. Elle représente le potentiel productif de la population, conditionnellement à la structure d'exploitation de référence et l'hypothèse de croissance démographique (λ_{obj}) choisies. Les productivités pondérale ou monétaire peuvent être calculées en pondérant les effectifs des animaux exploités par le poids vif ou le prix vente moyens des différents stades d'âge. Dans les analyses comparatives, les productivités sont calculées en fixant la même structure d'exploitation de référence et la même hypothèse de croissance démographique pour l'ensemble des populations comparées.

La méthode s'applique également au cas où la productivité est évaluée sur une période pluriannuelle (Lesnoff, 2000). Par exemple, pour une période de trois années, la matrice de projection est $A = A_{t+2}\ A_{t+1}\ A_t$, où A_t représente la matrice de projection pour l'année [t, t + 1[. La valeur propre dominante λ de A représente le taux de multiplication pluriannuel de la population (le taux annuel moyen est $\lambda^{1/3}$). Le calcul de la productivité pluriannuelle s'effectue selon le même principe que précédemment. La première étape est de fixer une structure d'exploitation de référence pour les trois années. Cette structure peut être identique pour les trois matrices annuelles ou varier d'une année sur l'autre. La seconde étape est de rechercher le scalaire φ_{obj} tel que la valeur propre λ de la matrice A soit égale au taux de multiplication pluriannuel fixé comme objectif. La productivité W correspond ensuite à la somme des productions observées sur les trois années pour le niveau global d'exploitation φ_{obj}. Pour la productivité monétaire, les productions annuelles peuvent être actualisées.

Cas du modèle matriciel périodique

Dans notre étude, l'année a été décomposée en 24 quinzaines. Le modèle matriciel périodique prédit le vecteur d'état de la population de quinzaine en quinzaine d'après les équations de récurrence : $x(k + 1) = B_k\ x(k)$ (ici l'unité de temps est la quinzaine). Le vecteur d'état x(k) contient les effectifs des femelles et des mâles. Chaque matrice B_k a la structure d'une matrice de Leslie conventionnelle (figure 1). Sur une échelle annuelle, la dynamique est décrite par l'équation : $x(25) = B_{24} \ldots B_1\ x(1) = A\ x(1)$ et le modèle a les mêmes propriétés asymptotiques que le modèle de Leslie (mais la matrice A est plus complexe). Le taux de multiplication asymptotique annuel λ et la

structure stable v sont calculés par la valeur propre dominante de la matrice A et son vecteur propre à droite associé. Le taux λ ne dépend que des paramètres démographiques des femelles et le modèle est dit femelle-dominant. Les paramètres des mâles affectent uniquement le rapport femelles/mâles et la structure d'âge des mâles dans la population.

$$x(k) = \begin{bmatrix} x_{f,1}(k) & \dots & x_{f,J}(k) & x_{m,1}(k) & \dots & x_{m,L}(k) \end{bmatrix}'$$

$$B_k = \left[\begin{array}{cccccc|cccccc}
s_{f,k0}m_{f,k1} & & \dots & & & s_{f,k0}m_{f,kJ} & 0 & & \dots & & & 0 \\
s_{f,k1} & 0 & & & & 0 & & & & & & \\
0 & s_{f,k2} & & & & & & & & & & \\
 & & \dots & & & 0 & & & & & & \\
0 & & 0 & s_{f,kJ-1} & & s_{f,kJ} & 0 & & \dots & & & 0 \\
\hline
s_{m,k0}m_{m,k1} & & \dots & & & s_{m,k0}m_{m,kJ} & 0 & & \dots & & & 0 \\
0 & & \dots & & & 0 & s_{m,k1} & 0 & & & & \\
 & & & & & & 0 & s_{m,k2} & & & & \\
 & & & & & & & & \dots & \dots & & 0 \\
0 & & \dots & & & 0 & 0 & \dots & 0 & & s_{m,kL-1} & s_{m,kL}
\end{array}\right]$$

Figure 1 : *Structures du vecteur d'état x(k) de la population et matrice de projection Bk pour la quinzaine k. Les paramètres m et s représentent respectivement les paramètres de fécondité et de survie pour les différents stades d'âge (ici il y a J stades d'âge femelles et L stades d'âge mâles).*

Pour le calcul de la productivité, les différentes extensions par rapport à la méthode décrite pour le modèle à pas de temps annuel sont (Lesnoff *et al.*, 2000) :

- la prise en compte des mâles ;
- la prise en compte des importations d'animaux ;
- la définition d'une structure d'exploitation nette à deux dimensions, représentant l'âge et la quinzaine dans l'année.

La structure d'exploitation nette de référence fixée est définie par l'ensemble des couples de paramètres d'exploitation et d'importation $\{P_{ref}(e), P_{ref}(i)\}$ pour les différents sexes, classes d'âge et quinzaines dans l'année. La méthode suppose que les probabilités d'exploitation varient indépendamment des paramètres d'importation, i.e. ces derniers ne dépendent pas du scalaire φ qui contrôle le niveau global d'exploitation. Par ailleurs, sous l'hypothèse de femelle-dominance, φ ne contrôle pas l'exploitation des mâles (le taux λ ne dépend que des paramètres démographiques des femelles). Les paramètres de survie d'un stade d'âge i et d'une quinzaine k donnés sont :

- femelles : $s_{f,ki} = 1 - P_{f,ki}(m) - \varphi P_{ref,f,ki}(e) + P_{ref,f,ki}(i)$;
- mâles : $s_{m,ki} = 1 - P_{m,ki}(m) - P_{ref,m,ki}(e) + P_{ref,m,ki}(i)$;

où $P_{ref,f,ki}(i)$ et $P_{ref,m,ki}(i)$ représentent les paramètres d'importation d'animaux. Dans ce modèle, l'effectif des animaux importés dans les troupeaux durant une quinzaine est proportionnel à l'effectif des animaux présents en début de la quinzaine. Cette hypothèse se justifie si les troupeaux échantillonnés ont un effectif qui reste proportionnel à celui de la population totale (Lesnoff, 1999). Le principe du calcul de productivité est identique à celui présenté pour le modèle à pas de temps annuel. Les paramètres naturels et de gestion sont injectés dans les matrices de projection par quinzaine Bk qui génèrent la matrice de projection annuelle A. Le taux de multiplication asymptotique annuel λ est une fonction décroissante du scalaire φ. La valeur φ_{obj} permettant d'atteindre le taux objectif λ_{obj} est calculée de manière itérative par la méthode de Newton-Raphson (Lesnoff, 2000). Pour un stade d'âge i et une quinzaine k, l'effectif net des animaux exploités est calculé par :

- femelles : $z_{f,ki} = (\varphi_{obj}P_{ref,f,ki}(e) - P_{ref,f,ki}(i))\ x_{f,i}(k)$;
- mâles : $z_{m,ki} = (P_{ref,m,ki}(e) - P_{ref,m,ki}(i))\ x_{m,i}(k)$.

Le vecteur d'état initial est fixé par x(1) = v * n. La somme des exploitations nettes sur l'ensemble des stades d'âge et des quinzaines (éventuellement pondérée par des poids vifs ou des prix de vente) donne la productivité W. La productivité totale peut être décomposée en une productivité femelle et une productivité mâle : $W = W_f + W_m$.

APPLICATION

Les données

Les données traitées dans l'étude regroupent un ensemble de troupeaux d'ovins suivis dans la région de Kolda en 1987 (le terme année signifie ici l'exercice agricole, du 1er juillet de l'année au 30 juin de l'année suivante). La vaccination des animaux a consisté en deux injections de vaccin contre la pasteurellose respiratoire. Le facteur décrivant la vaccination a été codé en "V" (vacciné) ou "C" (témoin). La vermifugation a été réalisée en saison des pluies (trois administrations), à l'aide d'un produit anthelminthique (morantel, 10 mg kg-1). Le facteur décrivant la vermifugation a été codé en "D" (vermifugé) ou "C" (témoin). Les traitements ont été appliqués par village. Les quatre populations d'animaux ont été notées de la manière suivante :

- CC : animaux non vaccinés et non vermifugés (5 villages, 13 troupeaux et 287 animaux) ;

- CD : animaux non vaccinés et vermifugés (4 villages, 15 troupeaux et 586 animaux) ;

- VC : animaux vaccinés et non vermifugés (5 villages, 24 troupeaux et 231 animaux) ;

- VD : animaux vaccinés et vermifugés (5 villages, 24 troupeaux et 451 animaux).

Estimation des paramètres démographiques

Les paramètres démographiques par quinzaine utilisés dans les matrices Bk ont été estimés d'après des modèles de régression. La structure d'exploitation nette de référence a été fixée par la moyenne arithmétique des structures estimées pour les

quatre populations (CC, VC, CD, VD). La structure des mâles est caractérisée par un fort effet Tabaski en août et l'augmentation rapide du niveau d'exploitation avec l'âge (figure 2). La structure des femelles est plus complexe, avec un effet Tabaski moins net (figure 3). Dans quelques cas et pour les deux sexes, les paramètres d'exploitation nets ont présenté des valeurs négatives, notamment entre octobre et décembre pour les animaux d'âge <1 an. La productivité numérique de chaque population a été estimée en situation d'équilibre démographique pour un effectif total de n = 1000 animaux. La productivité monétaire a été calculée par la somme des effectifs des animaux exploités (nets) par stade d'âge et quinzaine, pondérés par les prix de vente des animaux des catégories considérées. Les prix de vente ont été estimés par classe d'âge et par saison d'après les prix observés entre 1996 et 1997 dans la région de Kolda. Les effets vaccination et vermifugation ont été estimés respectivement par $(W_{VC} + W_{VD}) - (W_{CC} + W_{CD})$ et $(W_{CD} + W_{VD}) - (W_{CC} + W_{VC})$. L'interaction vaccination x vermifugation a été estimée par $(W_{VD} - W_{VC}) - (W_{CD} - W_{CC})$.

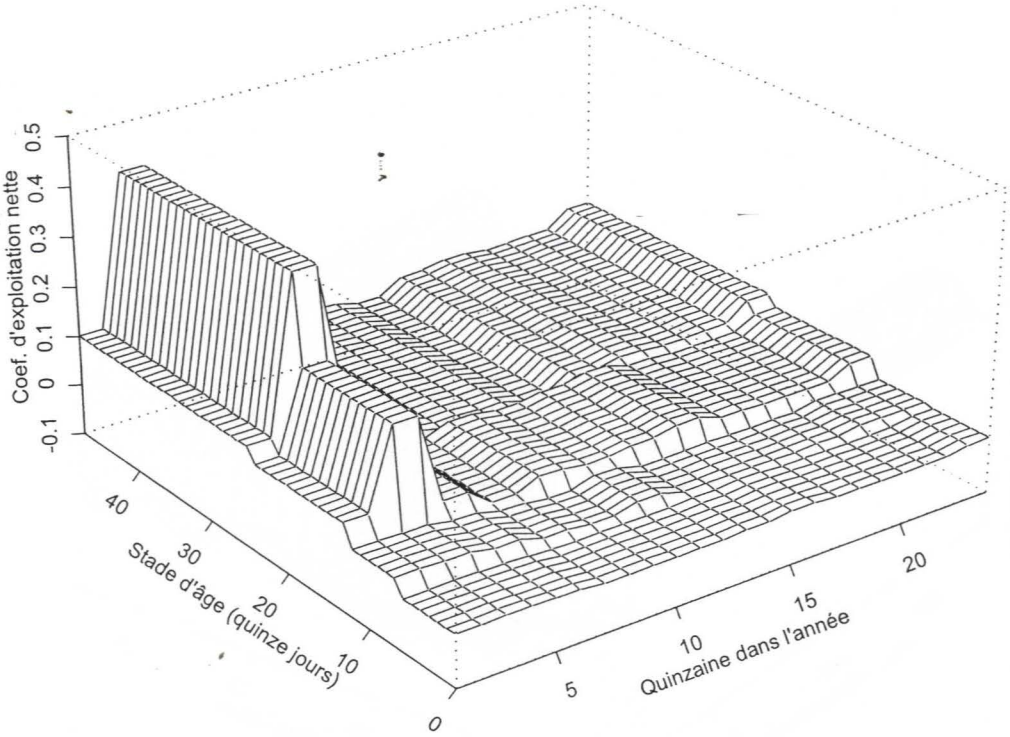

Figure 2 : *Structure d'exploitation nette P(e) – P(i) par stade d'âge (15 jours) x quinzaine dans l'année des mâles d'âge < 2 ans, utilisée pour l'évaluation du plan de prophylaxie en 1987 sur la population d'ovins de Kolda. Cette structure a été estimée d'après les données observées en 1987. Les mâles ont été supposés tous réformés à 2 ans. Dans le graphe, les stades d'âge de 15 jours vont de 0 à 48 (de 0 à 2 ans), et les quinzaines vont de 1 (première quinzaine de juillet) à 24 (dernière quinzaine de juin). En 1987, la fête de la Tabaski a eu lieu en août.*

CIRAD-Dist
Bibliothèque
Baillarguet

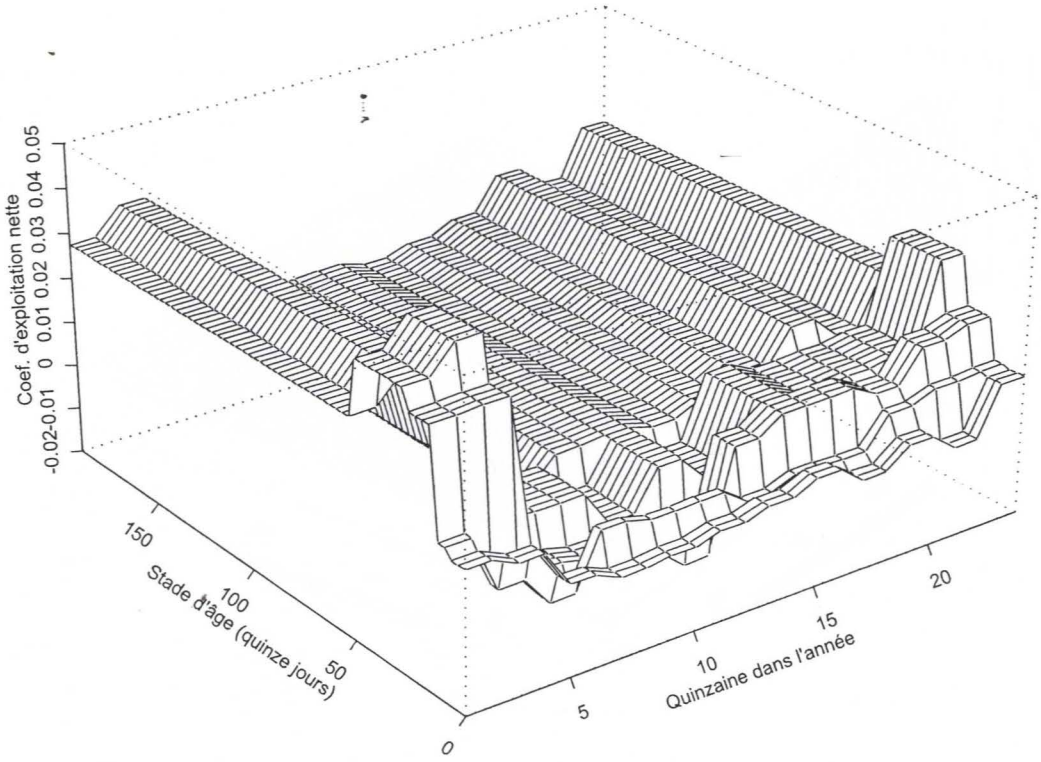

Figure 3 : *Structure d'exploitation nette P(e) – P(i) par stade d'âge (15 jours) x quinzaine dans l'année des femelles, utilisée pour l'évaluation du plan de prophylaxie en 1987 sur la population d'ovins de Kolda. Cette structure a été estimée d'après les données observées en 1987. Dans le graphe, les stades d'âge de 15 jours vont de 0 à 193 (de 0 à 8 ans et plus), et les quinzaines vont de 1 (première quinzaine de juillet) à 24 (dernière quinzaine de juin). En 1987, la fête de la Tabaski a eu lieu en août.*

Procédure d'inférence

Dans l'étude, les calculs d'inférence ont utilisé une procédure de *bootstrap* non paramétrique (Efron & Tibshirani, 1993) correspondant au ré-échantillonnage des carrières des animaux dans l'échantillon d'origine. Pour une population domestique, la carrière d'une femelle regroupe son entrée dans la population (naissance ou importation), son devenir (survie, mort naturelle ou exploitation), l'ensemble de ses mises bas et le nombre des produits générés lors de chacune des mises bas observées. La carrière d'un mâle regroupe son entrée dans le troupeau et son devenir. La procédure consiste à générer un nombre de B échantillons *bootstrap* à partir de l'échantillon d'origine. Chaque échantillon *bootstrap*, de même taille que l'échantillon d'origine(N carrières), est construit en réalisant un échantillonnage aléatoire avec remise et à probabilités égales (1/N) des carrières dans l'échantillon d'origine. Les paramètres de fécondité et de mortalité naturelle sont ré-estimés pour chaque échantillon *bootstrap* à partir des mêmes modèles statistiques que ceux établis pour l'échantillon d'origine, puis sont injectés dans le modèle périodique pour calculer les productivités $W_{(b)}$ (la structure d'exploitation nette de référence reste fixe pour tous les échantillons). Un nombre suffisamment grand d'échantillons *bootstrap* permet d'estimer la distribution des productivités W (ou de toutes fonctions de ces productivités).
Dans l'étude, les distributions des estimateurs ont été estimées à partir d'un nombre de B = 1000 échantillons *bootstrap*. La taille de l'échantillon d'origine était de N = 1555 carrières. Les intervalles de confiances et les tests d'égalité à 0 ont été effectués au risque de 5 %.

Synthèse des résultats

D'après les données, l'hypothèse d'absence d'interaction vaccination x vermifugation n'a pu être rejetée (figure 4). La vaccination a présenté un effet négatif significatif sur la productivité numérique des femelles. Aucun effet vaccination n'a été détecté pour les mâles. Par contre, la vermifugation a présenté un effet positif pour les deux sexes. Le gain de productivité numérique issu de la vermifugation a été quantifié par le rapport :

$$R_{num} = \frac{W_{CD} + W_{VD}}{W_{CC} + W_{VC}},$$

où W représente la productivité numérique. Le rapport bénéfice / coût pour la vermifugation a été calculé par :

$$R_{BC} = \frac{(W_{CD} + W_{VD}) + (W_{CC} + W_{VC})}{C_{CD} + C_{VD}},$$

où W représente la productivité monétaire et C le coût lié à la vermifugation dans l'année. Ce coût a été calculé en multipliant le prix d'un traitement par l'effectif des animaux d'âge > 3 mois présents aux dates d'administration.
Le rapport de productivités numériques a été estimé à R_{num} = 1.22 (ce qui représente un gain de 183 animaux produits pour une population d'effectif total n = 1000 animaux) avec un intervalle de confiance de [1.10, 1.36]. Le rapport bénéfice / coût a été estimé à R_{BC} = 3.70 avec un intervalle de confiance de [1.88, 5.39].

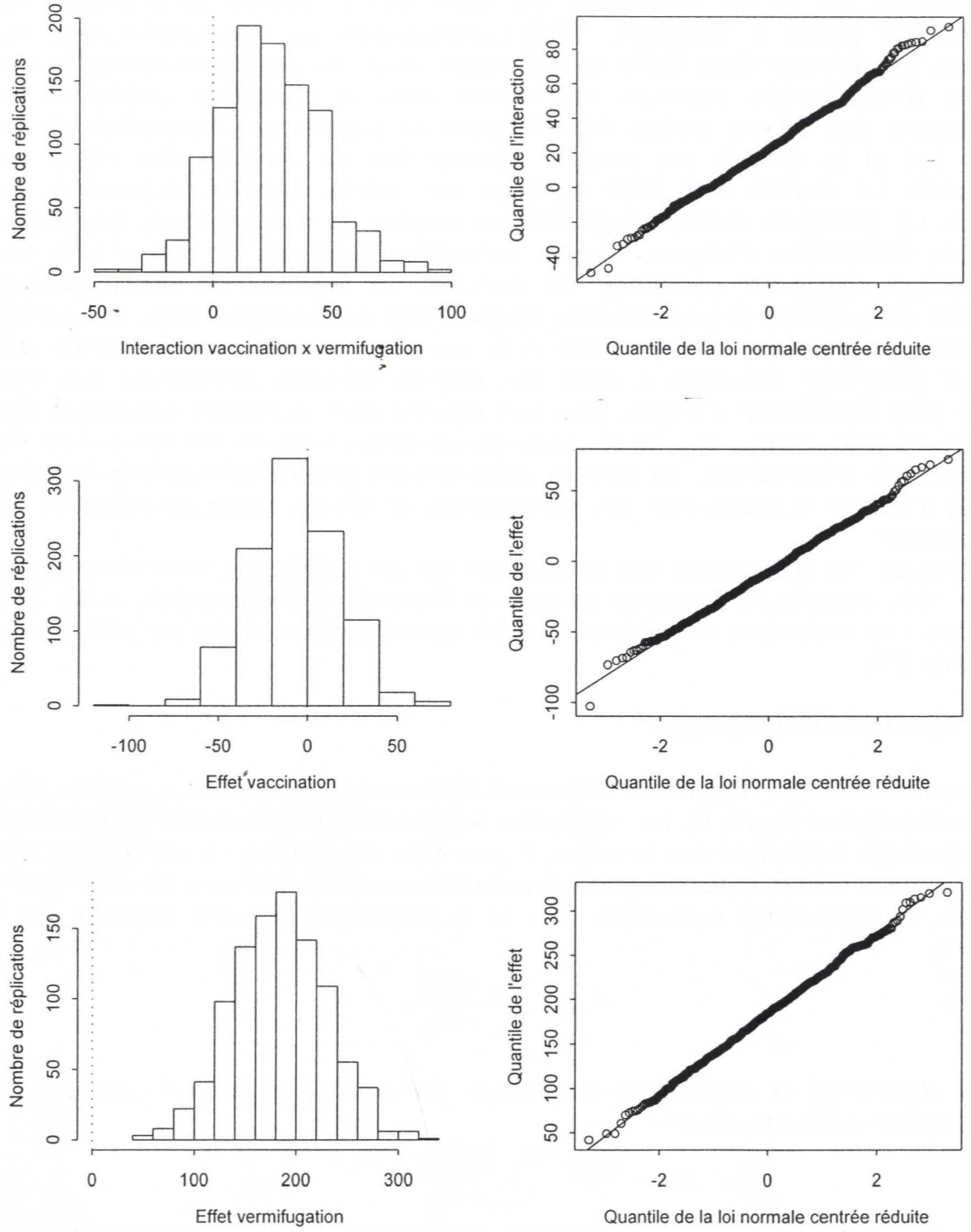

Figure 4 : *Histogrammes et graphes des quantiles des lois de probabilité empiriques calculées d'après les B = 1000 réplications bootstrap de la productivité numérique totale W : interaction ($W_{VD} - W_{VC}$) – ($W_{CD} - W_{CC}$), effet vaccination ($W_{VC} + W_{VD}$) – ($W_{CC} + W_{CD}$) et effet vermifugation ($W_{CD} + W_{VD}$) – ($W_{CC} + W_{VC}$). Les quantiles des lois empiriques ont été représentés en fonction des quantiles de la loi normale centrée réduite.*

CONCLUSION

La méthode permet une représentation fidèle de la dynamique intra-annuelle des animaux dans la population. De manière imagée, le modèle périodique permet de "superposer" les distributions bidimensionnelles (stade d'âge x quinzaine dans l'année) des paramètres démographiques naturels, des paramètres de gestion (structure d'exploitation nette) et d'autres paramètres comme le poids ou le prix de vente des animaux pour les différents stades d'âge et quinzaines. Le modèle fait la synthèse de l'ensemble des interactions existant entre ces distributions et permet d'intégrer l'effet des positions relatives de phénomènes naturels (p. e. les pics de mise bas) ou commerciaux (p. e. augmentation du prix de vente des animaux lors de la Tabaski). La facilité de construction d'une large gamme de structures d'exploitation nette permet de s'adapter aux stratégies d'exploitation rencontrées en élevage tropical, et d'étudier la sensibilité des analyses comparatives à ces différentes stratégies.

Pour l'inférence, l'hypothèse de base de la procédure *bootstrap* utilisée est l'indépendance des carrières animales contenues dans l'échantillon. Des corrélations intravillage ou intra-éleveur, générées par l'hétérogénéité spatiale des risques épidémiologiques ou des pratiques d'élevage, sont une source possible de biais dans les inférences. Des méthodes statistiques tenant compte de ce type de phénomènes sont en plein développement actuellement dans le cadre des modèles linéaires généralisés (p.e. Goldstein 1995). Ces méthodes, basées sur des modèles de quasi-vraisemblance ou des modèles à effets mixtes, n'ont pu être abordés dans l'étude. Dans l'avenir, il paraît très intéressant d'intégrer ces modèles dans les étapes d'estimations, et d'identifier une procédure *bootstrap* respectant leurs structures. Ce travail permettrait d'assurer la robustesse de la méthode d'analyse comparative proposée face aux possibles phénomènes de corrélations entre les carrières animales.

BIBLIOGRAPHIE

- Caswell H., 1989. Matrix population models. Construction, analysis and interpretation. Sinauer Associates, Inc. Publishers, Sunderland, Massachusetts.

- Efron B., Tibshirani R.J., 1993. An introduction to the bootstrap. Chapman & Hall, London.

- Faugère O., Tillard E., Faugère B., 1992. Prophylaxie chez les petits ruminants au Sénégal: régionalisation d'une politique nationale de protection sanitaire. *In:* ILRAD (Ed.), First biennial conference of the African Small Ruminant Research Network, ILCA, Nairobi, Kenya, pp. 307-314.

- Goldstein H., 1995. Multilevel statistical models (2nd ed.), London : Arnold.

- Lesnoff M., 1999. Dynamics of a sheep population in a Sahelian area (Ndiagne district in Senegal) : a periodic matrix model. Agric. Syst., 61 : 207-221.

- Lesnoff M., Lancelot R., Tillard E., Dohoo I. R., 2000. A steady-state approach of benefit-cost analysis with a periodic Leslie-matrix model. Presentation and application to the evaluation of a sheep-diseases preventive scheme in Kolda, Senegal. Prev. Vet. Med., 46, 113-128.

- Leslie P. H., 1945. On the use of matrices in certain population mathematics. Biometrika 33, 183-212.

- Skellam J.G., 1967. Seasonal periodicity in theoretical population ecology. *In:* Proc. 5th Berkeley Symp., Berkeley, USA, volume IV, pp. 179-205.

- Tillard E., 1991. Évaluation technico-économique des effets de prophylaxies en milieu villageois chez les petits ruminants de la région de Kolda (Sénégal). Thèse Méd. vét. École Nationale Vétérinaire d'Alfort, Fac. Méd. Créteil, France.

- Upton M., 1989. Livestock productivity assessment and herd growth models. Agric. Syst. 29, 149-164.